

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
ფიზიკის დეპარტამენტი

**დამაგნიტებული ასტროფიზიკური დინებების
მდგრადობა სიჩქარის წანაცვლებითა და სითბური
ნაკადებით**

ელენე უჩავა

*სადისერტაციო ნაშრომი შესრულებულია ფიზიკის დოქტორის აკადემიური
ხარისხის მოსაპოვებლად*

სამეცნიერო ხელმძღვანელები:

თსუ-ს ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის
ფიზიკის დეპარტამენტის ასტროფიზიკის კათედრის გამგე, პროფესორი;
ფიზ. მათ. მეცნ. დოქტორი
ნანა შათაშვილი

ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტის რექტორი, დოქტორი ;
სსიპ-საქართველოს ევგენი ხარაძის ეროვნული ასტროფიზიკური ობსერვატორიის
გალაქტიკებისა და ვარსკვლავების განყოფილების უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი
ალექსანდრე თევზაძე

თბილისი, 2020

Ivane Javakhishvili Tbilisi State University
Faculty of Exact and Natural Sciences
Department of Physics

Stability of Magnetized Astrophysical Flows with Velocity Shear and Heat Fluxes

Elene Uchava

Doctoral thesis submitted to obtain PhD degree in Physics

Supervisors:

Professor of Physics, Chair of Astrophysics, Department of Physics,
Faculty of Exact and Natural Sciences, TSU;
Doctor of Phys. Math. Sci.-es
Nana Shatashvili

Kutaisi International University, Rector, PhD;
Senior Research Scientist, Department of Galaxies and Stars,
Georgian National Astrophysical Observatory
Alexander Tevzadze

Tbilisi, 2020

ანოტაცია

სადისერტაციო ნაშრომში წარმოდგენილია ანიზოტროპული მაგნიტოჰიდროდინამიკური დინების მდგრადობის ანალიზი, როდესაც დინებას ახასიათებს სიჩქარის წანაცვლება და იმყოფება სითბური ნაკადების ზეგავლენის ქვეშ. დაუჯახებელი ან სუსტად დაჯახებადი პლანმა განხილულია 16-იმპულსურ ი ანიზოტროპული მაგნიტოჰიდროდინამიკური მოდელის ფარგლებში. ამ მიახლოებაში გათვალისწინებულია არა მხოლოდ წნევის ანიზოტროპიის ეფექტი, არამედ სითბური ნაკადების ანიზოტროპიასაც.

აღნიშნულ ზღვარში შესწავლილია ცნობილი ტალღური მოდები, კლასიკური არამდგრადობები და აღმოჩენილია ახალი აპერიოდული კინეტიკური მოდა. ნაჩვენებია, რომ კლასიკური აკუსტიკური ტალღა განიცდის გაზღვრვას შედარებით მაღალსიხშიროვან თერმო-აკუსტიკურ და დაბალსიხშიროვან თერმო-აკუსტიკურ მოდებად. ზეკრიტიკული სითბური ნაკადების შემთხვევაში შესაძლებელია დინების კუმშვადი დესტაბილიზაცია, როდესაც აკუსტიკური შემფოთებები იზრდებიან ექსპონენციალურად. ამავდროულად, სიჩქარის არაერთგვაროვნება იწვევს პერიოდულ არამდგრადობას სითბური ნაკადის პარამეტრის ქვეკრიტიკული მნიშვნელობების შემთხვევაშიც.

ამავე მიახლოებაში შესწავლილია კლასიკური შლანგური არამდგრადობა. შლანგური მოდის წრფივი მდგრადობის ანალიზი ჩატარებულია უკუმშვად ზღვარში, როდესაც დინების სიჩქარე მიმართულია ფონური მაგნიტური ველის გასწვრივ. აღმოჩნდა, რომ სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრის ზრდა იწვევს შლანგური არამდგრადობის ინკრიმენტის ზრდას. დამატებით, წანაცვლების სიჩქარის და სითბური ნაკადების კომბინირებულ ზეგავლენას შემოაქვს არამდგრადობის ზრდის ასიმეტრია წანაცვლების სიბრტყეში: შემფოთებები, რომელთა ტალღური ვექტორი მიმართულია დინების სიჩქარის გასწვრივ, იზრდებიან გაცილებით ძლიერად, საპირისპიროდ მიმართულ შემფოთებებთან შედარებით. თეორიული შედეგები მიყენებულია მზის ქარის თვისებების ასახსნელად, სადაც დაიკვირვება ე.წ. დისბალანსი, დინების გასწვრივ და საპირისპირო მიმართულებით გავრცელებადი ფლუქტუაციების სპექტრისათვის.

ანიზოტროპული დინების აპერიოდულ მიახლოებაში შესწავლისას აღმოჩენილია ახალი ტიპის სითბური ინვარიანტი. წანაცვლებით დინებაში ინვარიანტი იძენს კინეტიკურ თვისებას და ზეგავლენას ახდენს შემფოთებების გასწვრივ სიჩქარის ცვლილებაზე. შესწავლილია დინების პარამეტრები, როდესაც ინვარიანტის სითბური ენერგია გარდაიქმნება კინეტიკურ ენერგიაში და დინების აჩქარება. აღნიშნული მექანიზმი შეიძლება აღმოჩნდეს მნიშვნელოვანი კომპონენტი მზის ქარის აჩქარების ამოცანებში, სადაც დაიკვირვება გასწვრივი კინეტიკური ენერგიის ზრდა.

ნაშრომში ზოგადად მიმოხილულია მიღებული შედეგების ასტროფიზიკური აპლიკაციები, როგორც მზის, ასევე ვარსკვლავების ქარების მდგრადობის ამოცანებში.

Abstract

Doctoral thesis presents the stability analysis of anisotropic MHD flows with velocity shear under the influence of heat fluxes. Collisionless or weakly collisional plasma is described within the 16-momentum MHD fluid closure model, that takes into account not only the effect of pressure anisotropy, but also the effect of anisotropic heat fluxes.

In the present limit well known linear wave modes and classical instabilities are studied: a new kinematic aperiodic mode is found.

It is shown that classic acoustic wave is revealed into a standard acoustic mode and higher frequency fast thermo-acoustic and lower frequency slow thermo-acoustic waves. Thermo-acoustic waves become unstable and grow exponentially when the heat flux parameter exceeds some critical value and compressible destabilization of the flow is possible. On the other hand velocity shear can lead to the overstability of thermo-acoustic waves even at subcritical heat flux parameters.

The same limit is used to study classic firehose instability. The linear stability analysis of the firehose modes is carried out in the incompressible limit, where the MHD flow is parallel to the background magnetic field, while the velocity is sheared in the direction transverse to the flow direction. It seems that an increase of the velocity shear parameter leads to higher growth rates of the firehose instability. In addition combined action of the velocity shear and heat fluxes introduce an asymmetry of the instability growth in the shear plane: perturbations with wave-vectors with a component in the direction of the velocity shear grow significantly stronger as compared to those with components in the opposite direction. Theoretical results can be used in understanding of the solar wind features, where so called disbalance is taking place for the fluctuations spectre in the flow and in the opposite directions.

During studying anisotropic flow within aperiodic limit a new type of anisotropic thermal invariant was found. In shear flows invariant acquires kinetic features and affects the parallel velocity of perturbations. Parameters of the flow are studied, where transfer of the energy of thermal invariant into the parallel velocity and subsequent wind acceleration is possible. This mechanism could be an important component for solar wind acceleration, where growth of longitudinal kinetic energy of the flow is observed.

Overview of the obtained results in the context of different astrophysical applications is carried out, including problems of the solar as well as stellar winds.

მადლობა

განსაკუთრებულ მადლობას ვუხდით ჩემს კვლევის ხელმძღვანელს, ალექსანდრე თევზაძეს, რომელმაც გამაცნო წარმოდგენილი კვლევის საკითხი და ხელი შემიწყო პროფესიულ განვითარებაში. ძალიან ვაფასებ ამ ადამიანს და უაღრესად მადლობელი ვარ მისი, ყველანაირი მხარდაჭერისთვის, რჩევისთვის და მოთმინებისთვის.

ასევე განსაკუთრებული მადლობა მინდა გადავუხადო კვლევის ხელმძღვანელს და იმავედროულად ჩემი ბაკალავრიატის და მაგისტრატურის ლექტორს ნანა შათაშვილს, მისი პროფესიული და ადამიანური მხარდაჭერისთვის.

უღრმეს მადლობას ვუხდით გოგი ჩაგელიშვილს, რომელმაც თბილად მიმიღო აბასტუმნის ასტროფიზიკურ ობსერვატორიაში და ფაქტიურად შემომიყვანა ასტროფიზიკის სფეროში.

ასევე დიდი მადლობა მინდა გადავუხადო ალექსანდრე ტულუმის, ვინც თავის დროზე დამემხარა ჩემი მეცნიერული ინტერესის ჩამოყალიბებაში.

ნაწილობრივ ეს სამუშაო იყო დაწერილი ჩემ ბელგიის ყოფნის დროს. ამასთან დაკავშირებით განსაკუთრებული მადლობა მინდა გადავუხადო ბიძინა შერგელაშვილს ასეთი არაჩვეულებრივი შესაძლებლობისთვის და პროექტს SOLSPANETS დაფინანსებისთვის. დიდ მადლობას ვუხდით კატოლიკურ ლიუვენის უნივერსიტეტს, განსაკუთრებით სტეფან პუდს და პატრიკს დე კაუსმაეკერს მათი სტუმარმოყვარეობისთვის და თბილი მიღებისთვის. ასევე დიდ მადლობას ვუხდით რუსთაველის ფონდს და პროექტს CRDFSRNSF-GRDF Georgia Women's Research Fellowship Program (WRF-14-22) დაფინანსებისთვის.

მინდა მადლობა გადავუხადო ობსერვატორიის დირექტორს რევაზ ჭანიშვილს მისი მხარდაჭერისთვის და მოცემული შესაძლებლობებისთვის. ასევე ძალიან მადლობელი ვარ მზია ბარათელს და მაია თოდუას მათი სითბოსთვის და მხარდაჭერისთვის.

დიდ მადლობას ვუხდით ჩემს გულშემატკივრებს - მეგობრებს, კოლეგებს, ოჯახის წევრებს.

განსაკუთრებულ მადლობას ვუხდით ჩემს მეგობარს და თანამშრომელს სერგო ლომინეიშვილს მისი მხარდაჭერისთვის, თანადგომისა და სითბოსთვის.

და ბოლოს, მინდა გამოვხატო ჩემი მადლიერება თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ყველა ლექტორის მიმართ, რომლებმაც ჩემი, როგორც მკვლევარის, ჩამოყალიბებაში შეიტანეს წვლილი.

სარჩევი

1 შესავალი	11
2 თერმო-აკუსტიკური ტალღური არამდგრადობა კუმშვად დინებებში	18
2.1 ანიზოტროპული მჰდ სისტემა	18
2.2 ფონური დინება	19
2.3 წრფივი შეშფოთებები	20
2.4 წრფივი სპექტრი	22
2.5 წანაცვლებითი დინების ამონახსნები	26
2.6 დასკვნა	29
3 შლანგური არამდგრადობა არაერთგვაროვან ანიზოტროპულ დინებებში	32
3.1 ფიზიკური მოდელი	33
3.2 წრფივი მდგრადობის ანალიზი	33
3.3 შლანგური არამდგრადობა სტატიკურ შემთხვევაში	35
3.4 შლანგური არამდგრადობა არაერთგვაროვან დინებებში	38
3.5 დასკვნა	43
4 აპერიოდული სითბური ინვარიანტი და ანიზოტროპული დინების აჩქარება	45
4.1 ფიზიკური მოდელი	45
4.2 სითბური ინვარიანტი	47
4.3 ინვარიანტის სპექტრული ფორმა	48
4.4 ნეიტრალური მდგრადობა	57
4.5 დასკვნა	61
5 დასკვნა	62
5.1 ძირითადი შედეგები	63
5.2 სადოქტორო ნაშრომის ფარგლებში გამოქვეყნებული შრომები	65
ლიტერატურა	67
A კუმშვადი ანიზოტროპული გარემოს წრფივი დისპერსია	73
B თერმო-მაგნიტური ამონახსნები უკუმშვად გარემოში	75
C შლანგური მოდების ამონახსნები წანაცვლებით დინებებში	76

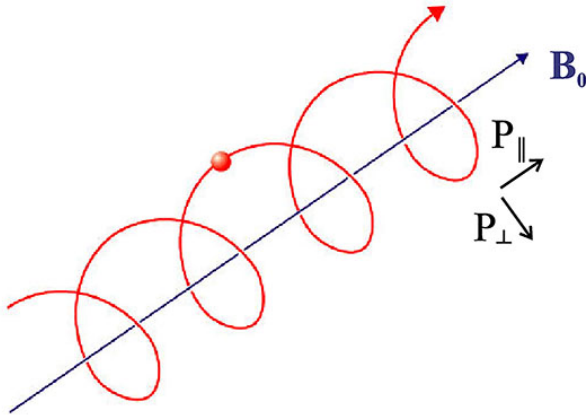
თავი 1

შესავალი

ცნობილია, რომ დაბალი სიმკვრივის გაუხშობებული პლაზმა ფართოდ გავრცელებულია სამყაროში სხვადასხვა სივრცით მასშტაბებსა და ენერგეტიკულ დონეებზე. ამ ტიპის გარემოებს მიეკუთვნება დედამიწისა და სხვა პლანეტების მაგნიტოსფეროები, მზის და ვარსკვლავებიდან გამოსხივებული დამუხტულ ნაწილაკთა ნაკადები, ე.წ. ვარსკვლავური ქარები, ვარსკვლავთშორისი გარემო რომელიც ავსებს მთელს გალაქტიკას, გალაქტიკური ჯეტები, ქარები, დამაგნიტებული აკრეცია კომპაქტური ობიექტების გარშემო და სხვა. იონიზირებული გაუხშობებული გარემო ძირითადად მოძრაობს სხვადასხვა სიძლიერის მაგნიტურ ველში, რაც მნიშვნელოვან ზეგავლენას ახდენს გარემოს თვისებებზე.

გარემოს სტატისტიკური თვისებები დამოკიდებულია ნაწილაკების ქაოსურ დაჯახებებზე. მეორეს მხრივ, მოძრავ ნაწილაკებზე მოქმედებს მაგნიტური ველით გამოწვეული ლორენცის ძალა. გაუხშობებული დინებები, რომლებშიც რეგულარული მაგნიტური ველის ეფექტები შეიძლება აღემატებოდნენ ნაწილაკების დაჯახების ეფექტებს, ავლენენ მაგნიტურ ანიზოტროპიას. ნაწილაკების მაგნიტური ველის გასწვრივ მოძრაობა მიმდინარეობს თავისუფლად, ხოლო პერპენდიკულარული მოძრაობა იწვევს ლორენცის ძალას და მაგნიტური ველის ძალწირების გარშემო ბრუნვას (გირაციას, იხ. სურათი 1.1). ამ შემთხვევაში, მაგნიტური ველის გასწვრივ და განივად მოძრავი ნაწილაკების ქაოსური დაჯახებების სტატისტიკა განსხვავებულია. მაკროსკოპული თვალსაზრისით გარემოს გააჩნია განსხვავებული წნევა და ტემპერატურა, იმის მიხედვით თუკი ფონური მაგნიტური ველის მიმართულების გასწვრივ ხდება გაზომვა თუ მის პერპენდიკულარულად. ფიზიკური თვალსაზრისით დამუხტული ნაწილაკებზე მოქმედი ანიზოტროპული ლორენცის ძალის ეფექტი აღემატება ნაწილაკების დაჯახების იზოტროპულ პროცესს, რაც გვაძლევს პლაზმას ანიზოტროპული თერმოდინამიკური თვისებებით. მიღებული პრაქტიკის შესაბამისად შესაძლებელია ფონური რეგულარული მაგნიტური ველის მიმართულების პარალელურ მიმართულებად არჩევა და გარემოს აღწერა პარალელური \parallel და პერპენდიკულარული \perp სიდიდეებით. მაგალითად იზოტროპული წნევის ნაცვლად P , საჭიროა პარალელური და პერპენდიკულარული წნევის კომპონენტების შემოღება: P_{\parallel} და P_{\perp} .

ანიზოტროპული გარემოს შესწავლა აქტუალურია გაუხშობებულ პლაზმაში, სადაც არსებობს დიდმასშტაბოვანი რეგულარული მაგნიტური ველი, რომელიც უზრუნველყოფს გამორ-



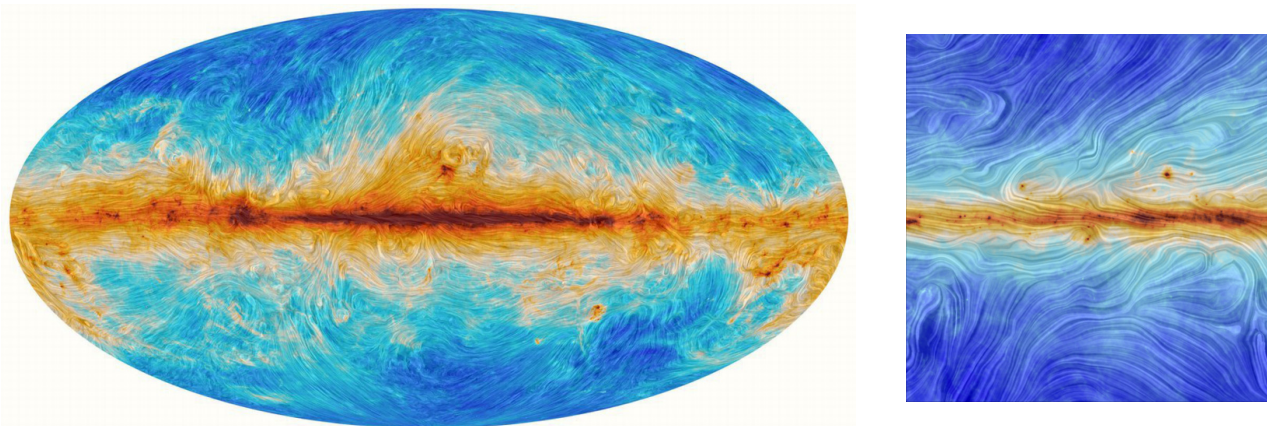
სურათი 1.1: ანიზოტროპული პლაზმა მაგნიტურ ველში: დამუხტული ნაწილაკების ბრუნვას მაგნიტური ველის ძალწირების გარშემო გაუხშობებულ გარემოში იწვევს წნევისა და ტემპერატურის ანიზოტროპიას. გარემოს თერმოდინამიკური წნევა მაგნიტური ველის გასწვრივი და განივი მიმართულებით განსხვავებულია.

ჩვეული მიმართულების, ანუ ანიზოტროპიის ღერძის არსებობას. დღეისათვის მნიშვნელოვანი პროგრესია მიღწეული სამყაროში მაგნიტური ველების კონფიგურაციის დაკვირვებებში. მაგალითისათვის ნახაზი 1.2 გვიჩვენებს ჩვენი გალაქტიკის ირმის ნახტომის დიდმასშტაბოვანი რეგულარული მაგნიტური ველების ვიზუალიზაციას. რეგულარული მაგნიტური ველები დაიკვირვება როგორც გალაქტიკის დისკის სიახლოვეს, ასევე მის ჰალოში. ამ შემთხვევაში ვარსკვლავთმორისი გარემოს უნდა ახასიათებდეს ლოკალურად ანიზოტროპულ თვისებები.

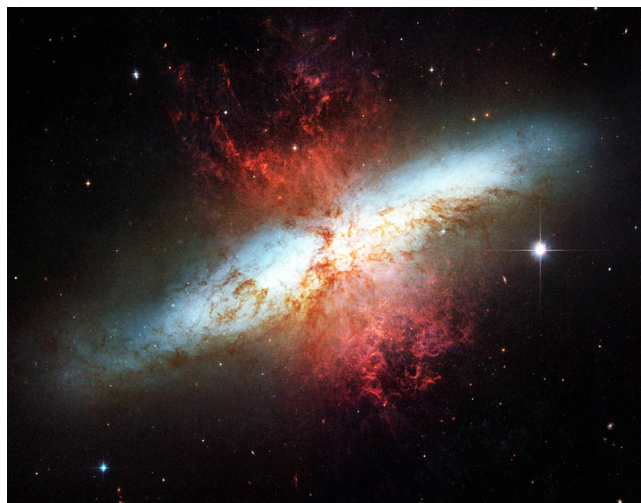
ძლიერი რეგულარული მაგნიტური ველები ასევე დაიკვირვება შორეულ გალაქტიკებშიც, სადაც ისინი ახდენენ დინებების ფორმირებას გალაქტიკურ მასშტაბებზე. სურათი 1.3 გვიჩვენებს სპირალურ გალაქტიკას ბრუნვის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში. სურათზე კარგად ჩანს გალაქტიკის პერპენდიკულარულად გამოტყორცნილი დამუხტული ნივთიერება - გალაქტიკური ქარი, რომელიც წარმოადგენს გაუხშობებულ პლაზმის დინებას გალაქტიკის ჰალოში მაგნიტური ველის ძალწირების გასწვრივ.

მაგნიტური ანიზოტროპია შეიძლება დაიკვირვებოდეს ექსტრემალურ მასშტაბებსა და ენერჯიებზეც. ზეგალაქტიკურ მანძილებზე გალაქტიკათმორისი და გალაქტიკურ კლასტერებს შორის სივრცე განიცდის დამაგნიტებულ ქაოსურ მოძრაობას - ტურბულენტობას. აღმოჩნდა, რომ ანიზოტროპიის ეფექტი მნიშვნელოვანია ამ კოსმოსური ტურბულენტობის თვისებების შესასწავლად [1, 2, 3]. მაღალენერგეტიკული დინებები დაიკვირვება შავი ხვრელების ირგვლივ არსებულ აკრეციული დისკებში. აღმოჩნდა, რომ დისკის შიდა არეებში ნაწილაკის თავისუფალი განარბენი შეიძლება აღემატებოდეს ცენტრალური შავი ხვრელის მოვლენათა ჰორიზონტს. შესაბამისად დამაგნიტებულ დისკებში მიმდინარე პროცესები, ისეთი როგორცაა მაგალითად მაგნიტობრუნვითი არამდგრადობა უნდა განიხილებოდეს ანიზოტროპული პლაზმის „დაუჯახებელ“ მიახლოებაში [4, 5, 6, 7, 8].

ანიზოტროპული გარემოს თვისებების შესასწავლად საუკეთესო „ლაბორატორიას“ წარმოადგენს მზის ქარი: მზიდან მომავალი დამუხტული ნაწილაკების ნაკადი რომლებიც განიცდიან ძლიერი ფონური მაგნიტური ველის ზეგავლენას. მზის ქარის თვისებების შესწავლა ხდება მთელი რიგი სამეცნიერო სატელიტების მიერ, რომლებიც მოძრაობენ მზის სისტემაში და შესწავლიან ამ ნაკადის თვისებებს დედამიწიდან სხვადასხვა მანძილზე, მზის აქტივობის სხვადასხვა ფაზაში. მზის ქარის დაკვირვებების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი კლასია *in situ* დაკვირვებები, როდესაც გაზომვები ხდება უშუალოდ მზის ქარში მოთავსებული დეტექტორების საშუალებით. ამ ტიპის დაკვირვებებით შესაძლებელია უშუალოდ გაიზომოს ისეთი ფუნდამენტუ-



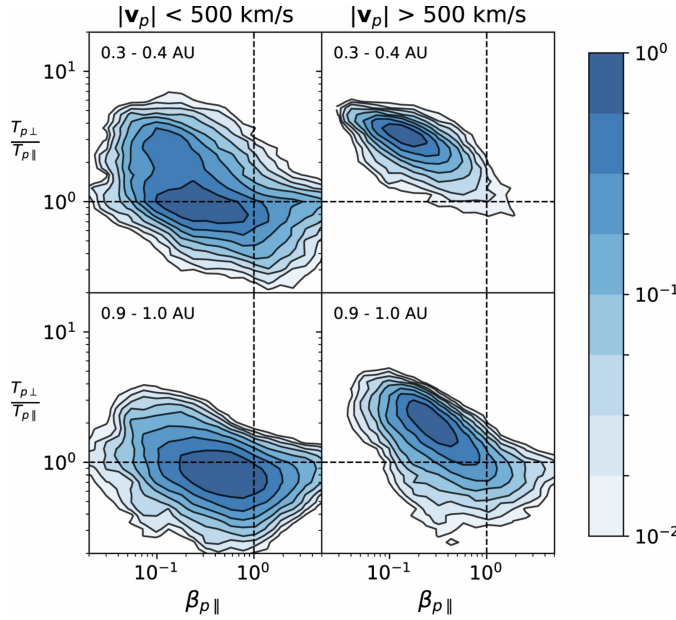
სურათი 1.2: ჩვენი გალაქტიკის პოლარიზებული გამოსხივების განაწილების სურათი (ESA და PLANK კოლაბორაციის დაკვირვებები). ვარსკვლავთშორისი მტვრის მიერ გამოწვეული პოლარიზაციის შესწავლით აღდგენილია ჩვენი გალაქტიკის მსხვილმასშტაბოვანი მაგნიტური ველის განაწილების სურათი. სურათის გადიდებულ ფრაგმენტზე (მარჯვნივ) კარგად ჩანს მაგნიტური ველის ძაწირები, რომლებიც დაიკვირვებიან გალაქტიკური დისკის ზედა და ქვედა არეებში. ამ დამაგნიტებულ გარემოში ყალიბდება გალაქტიკიდან გამოტყორცნილი გაუხშობებული დამუხტული ნაწილაკების დინება - გალაქტიკური ქარი.



სურათი 1.3: სპირალური გალაქტიკა M82 („სიგარის“ გალაქტიკა) და მის პერპენდიკულარულად გამოტყორცნილი დამაგნიტებული გალაქტიკური ქარი. წითელი ფერით ნაჩვენებია იონიზირებული წყალბადის ინფრაწითელი გამოსხივება. გაუხშობებული დამაგნიტებული ქარი დაიკვირვება გალაქტიკის ცენტრიდან 10000 სინათლის წლის დაშორების მანძილზე (Subaru ტელესკოპი, NAOJ).

რი სიდიდე, როგორცაა ანიზოტროპიის პარამეტრი: პარალელური და პერპენდიკულარული წნევის, ან ტემპერატურის ფარდობა. თანამედროვე დაკვირვებები ადასტურებენ გაუხშობებული დამაგნიტებული დინების ანიზოტროპიულ თვისებებს: დაკვირვებები აჩვენებენ მზის ქარში არსებული ძლიერი მაგნიტურ ანიზოტროპიას [14, 15]. ნახაზი 1.4 გვიჩვენებს მზის ქარის ფლუქტუაციების გაზომვებს. სურათი ცხადყოფს, რომ ფლუქტუაციების მნიშვნელოვანი ნაწილი დაიკვირვება $T_{\perp}/T_{\parallel} \neq 1$ სკორიზონტალურ ხაზის გარეთ, რაც მიანიშნებს გარემოს ანიზოტროპულ ტემპერატურაზე. ანალოგიური თვისებებს ავლენს გარემო დედამიწის მაგნიტოსფეროს გარე ფენებში.

დამაგნიტებული იონიზირებული გარემოს აღსაწერად უწყვეტი გარემოს (სითხურ) მიახ-



სურათი 1.4: მზის ქარის ფლუქტუაციების განაწილება დიაგრამაზე, სადაც კორიზონტალურად გადაზომილია პლაზმის ბეტა პარამეტრი, ხოლო ვერტიკალურად ანიზოტროპიის პარამეტრი, იხილეთ [13]. სურათზე ნაჩვენებია „ნელ“(მარცხნივ) და „სწრაფ“(მარჯვნივ) მზის ქარში დაკვირვებული ფლუქტუაციები. კორიზონტალური წყვეტილი საზები შეესაბამებიან იზოტროპული ფლუქტუაციის არეებს, ხოლო ვერტიკალური წყვეტილი საზები გვიჩვენებენ არეებს სადაც თერმოდინამიკული და მაგნიტური წნევა ერთმანეთს უტოლდება.

ლოებაში ხშირად წარმატებით გამოიყენება მაგნიტოჰიდროდინამიკური (მჰდ) მიახლოება. იზოტროპული მჰდ მიახლოება აღიწერება შემდეგი განტოლებათა სისტემით:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{4\pi\rho} ((\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) - \nabla \Phi, \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}), \tag{1.3}$$

$$(\nabla \cdot \mathbf{B}) = 0, \tag{1.4}$$

სადაც ρ და P გარემოს სიმკვრივე და წნევაა, \mathbf{V} და \mathbf{B} სიჩქარის და მაგნიტური ველის ვექტორები, ხოლო Φ გარეშე ველის პოტენციალი. ჩაკეტილი სისტემის მისაღებად აუცილებელია გარემოს მდგომარეობის განტოლების აღწერა. მარტივ ერთსიბოვან იზოტროპულ მჰდ მიახლოებაში სისტემა შეიძლება ჩაიკეტოს ადიაბატური მდგომარეობის განტოლებით:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right) = 0, \tag{1.5}$$

სადაც სრული წარმოებული განმარტებულია დინებაში კონვექციური წარმოებულის ფორმით:

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla).$$

ამ შემთხვევაში ნაწილაკების დაჯახების სიხშირე უზრუნველყოფს გარემოს თვისებების იზოტროპულობას.

გაუხშობებულ დინებებში, სადაც იონების საშუალო თავისუფალი გარბენის მნიშვნელობა აღემატება მაგნიტურ ველში ნაწილაკის გირორადიუსს, სისტემა იძენს ანიზოტროპულ

თვისებებს. ამ ტიპის გარემოს კინეტიკური თვალსაზრისით ხშირად „დაუჯახებელ ან „სუსტად დაჯახებად“ პლაზმას უწოდებენ. სუსტად დაჯახებადი გარემოს სითხურ მიახლოებაში აღსაწერად აუცილებელია მკვდ თეორიაში შესწორებების შემოტანა. ცნობილია მთელი რიგი **ანიზოტროპული მკვდ მოდელები**, რომლებიც საშუალებას გვაძლევენ ავლწეროთ სუსტად დაჯახებადი გარემოს სხვადასხვა თვისებები უწყვეტი გარემოს მიახლოებაში, რაც გაცილებით მარტივია მათემატიკურად სრულ კინეტიკურ ამოცანასთან შედარებით.

ანიზოტროპული გარემოს აღსაწერად ყველაზე ხშირად გამოიყენება ე.წ. CGL მოდელი, ან ჩუ-გოლდბერგერ-ლოუს მიახლოება [53]. ეს ზღვარი ხშირად მოიხსენიება როგორც ორმაგი ადიაბატის კანონი, როდესაც წნევის პარალელური და პერპენდიკულარული კომპონენტები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან, მაგრამ აღიწერებიან ადიაბატური მდგომარეობის მსგავსი განტოლებებით. ამ მიახლოებაში ანიზოტროპული მკვდ სისტემას (1.1)-(1.4) ემატება შემდეგი მდგომარეობის განტოლებები:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P_{\parallel} B^2}{\rho^3} \right) = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P_{\perp}}{\rho B} \right) = 0. \quad (1.7)$$

CGL ჩაკეტვის მოდელი უგულვებელყოფს სითხურ ნაკადებს, როგორც დაბალსიხშიროვან მოვლენებს, ხოლო მაღალსიხშიროვანი მოდების ანალიზისთვის იყენებს ორმაგ ადიაბატურ მიახლოებას: გარემოს კუმშვაობის თვისებები მაგნიტური ველის გასწვრივ და პერპენდიკულარულად განსხვავებულია.

CGL მოდელის შედეგები, განსაკუთრებით კი დინების მდგრადობის ანალიზი, შეიძლება განვიხილოთ, როგორც დინების მდგრადობის გარკვეულწილად თვისობრივი შეფასება. მაგალითისათვის, CGL მკვდ მიახლოებაში, სიჩქარის წანაცვლების ეფექტის შესწავლამ აჩვენა ტალღური პროცესების და არამდგრადობების მრავალფეროვნება და ურთიერთკავშირი. გაანალიზებული იქნა შლანგური და სარკული არამდგრადობების მოდიფიკაციები [24].

ანიზოტროპული პლაზმის მგრადობის ანალიზში, CGL მოდელის ნაკლოვანებები კარგადაა ცნობილი. ეს მიდგომა ნაკლებად გამოდგება დაბალი სიხშირის ეფექტების კვლევისას. მართლაც, CGL მოდელი ნაკლები წარმატებით გამოიყენება დაუჯახებელი პლაზმის აღწერისას. მდგრადობის ანალიზში გაჩენილი პრობლემების ნაწილის გადალახვას ცდილობდნენ წრფივი კინეტიკური განტოლებების გამოყენებით, წნევის პარალელური და პერპენდიკულარული კომპონენტებისთვის. ამ მიდგომით იქნა შესწავლილი დაბალსიხშირიანი მოდების მდგრადობა, პოტენციური ენერჯის ვარიაციის პრინციპზე დაფუძნებით. [16, 17].

CGL მოდელის ბუნებრივ განზოგადობას წარმოადგენს ბრაგინსკის მკვდ მიახლოება [60], [9]. ამ მიახლოებაში განხილვაში შემოდის სიბლანტის ის კომპონენტები, რომლებიც იწვევენ პერპენდიკულარული და პარალელური ადიაბატური ინვარიანტების დისიპაციას. ამ შემთხვევაში, მდგომარეობა შეიძლება აღიწეროს შემდეგი ორი განტოლებით:

$$\frac{d}{dt} \ln \left(\frac{P_{\parallel} B^2}{\rho^3} \right) = -\frac{2\nu}{3} \frac{P_{\parallel} - P_{\perp}}{P_{\parallel}}, \quad (1.8)$$

$$\frac{d}{dt} \ln \left(\frac{P_{\perp}}{\rho B} \right) = \frac{\nu}{3} \frac{P_{\parallel} - P_{\perp}}{P_{\parallel}}. \quad (1.9)$$

ბრაგინსკის ანიზოტროპული მჰდ მიახლოება გამოიყენება დაბალი სიმკვრივის გალაქტიკათ-
შორისი გარემოს თვისებების შესასწავლად, მათ შორის რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით.

მჰდ მიახლოებაში CGL მოდელის ნაკლოვანებების გადალახვის ყველაზე ეფექტურ გზად
ითვლება კინეტიკური სისტემის ჩაკეტვის ამოცანაში სამი დამატებითი იმპულსის განხილვა
[10]. ამ მიახლოებაში, არ უგულვებელყოფენ რა სითბოს ნაკადებს მაგნიტური ველის გას-
წვრივ, მიიღება ე.წ. 16-იმპულსურ ანიზოტროპული მჰდ აღწერა [18],[20],[21],[12],[11].

16-იმპულსური მოდელი წარმოადგენს 13-იმპულსური გრადის მეთოდის [19] განზოგადო-
ებას უფრო მაღალი რიგის დისპერსიული ეფექტების დამატებით. განხილვისას შენარჩუნე-
ბულია ორი ანიზოტროპული სითბური ნაკადების ვექტორები, რომლებიც აღწერენ პარალელ-
ურ და პერპენდიკულარულ სითბური ენერჯის გადატანას, და სიბლანტის ტენზორს, რომე-
ლიც აღწერს დაუჯახებელ სიბლანტის ეფექტს. ხშირად შესაძლებელია სიბლანტის ეფექტის
უგულვებელყოფა დაბალსიხშიროვან ზღვარში. ამ მიახლოებაში ვიღებთ სითბურ მოდელს,
რომელიც ერთი შეხედვით წარმოადგენს CGL მჰდ სისტემის განზოგადოებას ანიზოტროპუ-
ლი სითბური ნაკადების დამატებით.

16-იმპულსურ მიახლოებაში ანიზოტროპული ადიაბატური ინვარიანტებზე პირდაპირ ზე-
გავლენას ახდენენ სითბური ნაკადები [10],[11],[12]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P_{\parallel} B^2}{\rho^3} \right) = -\frac{B^3}{\rho^3} \left[(\mathbf{h} \cdot \nabla) \frac{S_{\parallel}}{B} + \frac{2S_{\perp}}{B^2} (\mathbf{h} \cdot \nabla) B \right], \quad (1.10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P_{\perp}}{\rho B} \right) = -\frac{B}{\rho} (\mathbf{h} \cdot \nabla) \frac{S_{\perp}}{B^2}, \quad (1.11)$$

სადაც \mathbf{h} მაგნიტური ველის გასწვრივ მიმართული ერთეულოვანი ვექტორია:

$$\mathbf{h} = \mathbf{B}/B,$$

ხოლო S_{\perp} და S_{\parallel} მაგნიტური ველის მიმართ პერპენდიკულარული და პარალელური სითბური
ნაკადები, რომელთა აღწერა შესაძლებელია შემდეგი განტოლებებით:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{S_{\parallel} B^3}{\rho^4} \right) = -\frac{3P_{\parallel} B^3}{\rho^4} (\mathbf{h} \cdot \nabla) \frac{P_{\parallel}}{\rho} \quad (1.12)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{S_{\perp}}{\rho^2} \right) = -\frac{P_{\parallel}}{\rho^2} \left[(\mathbf{h} \cdot \nabla) \frac{P_{\perp}}{\rho} + \frac{P_{\perp}}{\rho} \frac{P_{\perp} - P_{\parallel}}{P_{\parallel} B} (\mathbf{h} \cdot \nabla) B \right]. \quad (1.13)$$

სისრულისთვის ვახვენებთ კავშირს სითბური აღწერის სითბური ნაკადის პარამეტრებსა
და კინეტიკური აღწერის მიკროსკოპულ პარამეტრებს შორის. ნაკადის მაკროსკოპული სიხ-
ქარე \mathbf{V} და ინდივიდუალური მიკროსკოპული ნაწილაკების სიხაქრეები \mathbf{u} ერთმანეთს უკავ-
შირდება ნაწილაკების განაწილების ფუნქციის გამოყენებით $f(\mathbf{u}, \mathbf{r}, t)$:

$$\mathbf{V} = \left(\int \mathbf{u} f d^3 \mathbf{u} \right) / \left(\int f d^3 \mathbf{u} \right). \quad (1.14)$$

ამ აღნიშვნებში, პარალელური და პერპენდიკულარული სითბური ნაკადები შეგვიძლია გან-
ვიმარტოთ მესამე მომენტების გამოყენებით:

$$S_{\parallel} = \frac{m}{2B^2} \int d^3 \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{B})^2 u_{\parallel} f, \quad (1.15)$$

$$S_{\perp} = \frac{m}{2} \int d^3\mathbf{u} \left(u^2 - \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{B})^2}{B^2} \right) u_{\perp} f, \quad (1.16)$$

სადაც m და \mathbf{u} არიან ცალკეული ნაწილაკების მასა და სიჩქარე, როდესაც u_{\parallel} და u_{\perp} აღნიშნავს ნაწილაკების სიჩქარის მაგნიტურ ველთან მიმართ პარალელურ და პერპენდიკულარულ კომპონენტებს შესაბამისად.

16-იმპულსური მჰდ მოდელი, წარმატებით იქნა გამოყენებული კლასიკური არამდგრადობების (სარკული, შლანგური) შესასწავლად, რომელიც მიღებულია კინეტიკური თეორიის სითბურ მიახლოებაში [12, 20, 55, 56]. 16-იმპულსური მიახლოება, ასევე გამოიყენება კოსმოსური პლაზმის ტალღების ენთროპიის არამდგრადობის აღწერისთვის [22] და დიდ-მასშტაბოვანი ტალღური მექანიზმით, მზის კორონალური გაცხელების ახსნისთვის [23].

სადისერტაციო ნაშრომში განხილულია სუსტად დაჯახებადი პლაზმური დინებები, სიჩქარის არაერთგვაროვნებით და სითბური ნაკადების ზემოქმედებით. ამისათვის გამოყენებულია 16-იმპულსური მიახლოება და შესწავლილია როგორ კუმშვადი, ასევე უკუმშვადი დინებები. წრფივი შემფოთებათა ანალიზის გამოყენებით შესწავლილია როგორ სისტემის სპექტრალური მდგრადობა, ასევე სხვადასხვა ტალღური მოდები და მათი დისპერსიული თვისებები.

ნაშრომის მე-2 თავში შესწავლილია კუმშვადი ანიზოტროპული მჰდ წანაცვლებითი დინებები სითბური ნაკადების არსებობისას ძლიერ მაგნიტური ველის მიახლოებაში. ნახვენებია თერმო ბგერითი ტალღების სპექტრი: ნაპოვნია სწრაფი თერმო ბგერითი და ნელი თერმო ბგერითი ტალღები. აღმოჩენილია კუმშვადი შემფოთებების სითბური დესტაბილიზაციის ეფექტი.

კლასიკური შლანგური არამდგრადობა შესწავლილია მე-3 თავში. განხილულია უკუმშვადი ანიზოტროპულ მჰდ წანაცვლებითი დინება 16-იმპულსურ მიახლოებაში. ნახვენებია არამდგრადობის სტაბილიზაციისა და დესტაბილიზაციის ეფექტები სითბური ნაკადების ზემოქმედების გამო. აღმოჩენილია დინების სიჩქარის მიმართ არამდგრადობის ასიმეტრია, რამაც შეიძლება გამოიწვიოს დაკვირვებითი ეფექტები.

ნაშრომის მე-4 თავში წარმოდგენილია წრფივი სპექტრის ახალი მოდა - აპერიოდული სითბური ინვარიანტი, რომელიც მიღებულია უკუმშვად მიახლოებაში. შესწავლილია ინვარიანტის თვისებები, და მისი შესაძლო ზეგავლენა ანიზოტროპული დინების აჩქარებაზე.

ნაშრომის შედეგები შეჯამებულია მე-5 თავში, სადაც მოცემულია ძირითადი დასკვნები.

თავი 2

თერმო-აკუსტიკური ტალღური არამდგრადობა კუმშვად დინებებში

მოცემულ თავში განხილულია კუმშვადი ანიზოტროპული დინების მდგრადობის ანალიზი სითბური ნაკადების არბობის პირობებში. მაგნიტური ველი მიმართულია დინების პარალელურად. ამ ტიპის დინებები წარმოადგენენ ვარსკვლავური ქარების გამარტივებულ მოდელს.

დინების მდგრადობის შესასწავლად გამოიყენება წრფივი შემფოთებების ანალიზი ძლიერი მაგნიტური ველის მიახლოებაში. წრფივი მოდების მდგრადობის კვლევა შესაძლებელია, დისპერსიული განტოლების განხილვით, დაბალსიხშირულ მიახლოებაში - შესაბამისი არამდგრადი (ექსპონენციალურად ზრდადი) ამონახსნების ძიებით.

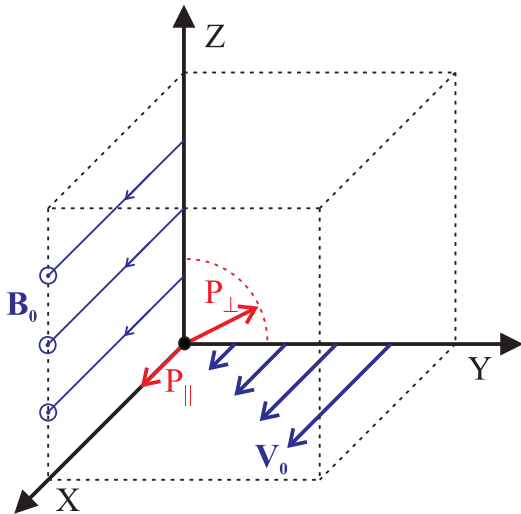
16-იმპულსურ ანიზოტროპულ მიახლოებაში მკვდ განტოლებების სისტემის შესწავლა კუმშვადი დინებებისათვის წარმოდგენილია 2.1 ქვეთავში, ხოლო ქვეთავი 2.2 შეიცავს სტაციონალური ფონური დინების განხილვას. წრფივი შემფოთებების ანალიზი წარმოდგენილია 2.3 ქვეთავში. ქვეთავი 2.4 შეიცავს წრფივი სპექტრის მიღებას, შემფოთებების სივრცული ჰარმონიკების დროითი ფურიე გაშლით. დისპერსიის განტოლების რიცხვითი ამონახსნები სიხქარის წანაცვლების პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის, წარმოდგენილია 2.5 ქვეთავში, ხოლო მიღებული დასკვნები შეჯამებულია 2.6 ქვეთავში.

2.1 ანიზოტროპული მკვდ სისტემა

ანიზოტროპული დინების მდგრადობის შესასწავლად შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს მკვდ განტოლებების სისტემა კუმშვადი დინებებისათვის (იხ. 1.1-1.4). მიმდინარე თავში ჩვენ ვაყალიბებთ 16-იმპულსურ ანიზოტროპულ მიახლოებას, რომელშიც ადიაბატური ინვარიანტები განიცდიან სითბური ნაკადების პირდაპირ ზეგავლენას (იხ. 1.10-1.11). ამ შემთხვევაში სასარგებლოა სითბური ნაკადების აღმწერი განტოლებების მცირედით მოდიფიცირება შემდეგი სახით:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{S_{\parallel} B^3}{\rho^4} \right) = -j_s \frac{3P_{\parallel} B^3}{\rho^4} (\mathbf{h} \cdot \nabla) \frac{P_{\parallel}}{\rho}, \quad (2.1)$$

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{S_{\perp}}{\rho^2} \right) = -j_s \frac{P_{\parallel}}{\rho^2} \left[(\mathbf{h} \cdot \nabla) \frac{P_{\perp}}{\rho} + \frac{P_{\perp}}{\rho} \frac{P_{\perp} - P_{\parallel}}{P_{\parallel} B} (\mathbf{h} \cdot \nabla) B \right]. \quad (2.2)$$



სურათი 2.1: სურათზე ნახვენებია მკვდ წანაცვლებითი დინების წონასწორული კონფიგურაციის სქემა. მაგნიტური ველი მიმართულია X ღერძის გასწვრივ, ხოლო სიჩქარის წანაცვლება - Y ღერძის გასწვრივ. დინების სიჩქარე მიმართულია ფონური მაგნიტური ველის გასწვრივ, ხოლო სიჩქარის წანაცვლება - მის პერპენდიკულარულად.

განტოლებებში შემოყვანილია შემდეგი ფორმის ერთეულოვანი პარამეტრი j_s :

$$j_s = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & (S_{\perp} \neq 0, S_{\parallel} \neq 0) \\ 0, & (S_{\perp} = 0, S_{\parallel} = 0) \end{array} \right\}, \quad (2.3)$$

რომელიც შეიძლება გამოვიყენოთ 16-იმპულსური მიახლოების შედეგებიდან CGL მიახლოების ზღვარში გადასასვლელად, სადაც $S_{\perp} = S_{\parallel} = 0$ და ამავე დროს $j_s = 0$.

2.2 ფონური დინება

ანიზოტროპული მაგნიტოჰიდროდინამიკური დინების მდგრადობის ანალიზის ამოცანაში, ვიხილავთ სტაციონალურ ფონურ დინებას მაგნიტური ველის გასწვრივ მუდმივი სიმკვრივითა და ტემპერატურით, ხოლო მისი სიჩქარე და მაგნიტური ველი აღებულია შემდეგნაირად:

$$\mathbf{V}_0 = (Ay, 0, 0), \quad \mathbf{B}_0 = (B_0, 0, 0), \quad (2.4)$$

სადაც A სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრია. სურათი 2.1 სქემატურად გვაჩვენებს დინების წონასწორულ კონფიგურაციას.

სითბური ეფექტების ანიზოტროპიის აღსაწერად ვიყენებთ სტანდარტულ ანიზოტროპულ პარამეტრს - α -ს როგორც ფონური წნევის და ამვდროულად სითბური ნაკადების გასწვრივი და მართობული კომპონენტების ფარდობას:

$$\alpha \equiv \frac{P_{\perp 0}}{P_{\parallel 0}} = \frac{S_{\perp 0}}{S_{\parallel 0}}. \quad (2.5)$$

წნევისა და სითბური ნაკადების ანიზოტროპიის პარამეტრები ზოგადად შეიძლება განსხვავდებოდნენ ერთმანეთისგან. თუმცა პირველ მიახლოებაში ვთვლით, რომ ანიზოტროპიის გამომწვევი ძირითადი მიზეზია მაგნიტური ველი და შესაძლებელია ერთიანი აღწერა. ვსაზღვრავთ რა ალგენის სიჩქარეს

$$V_A^2 = \frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}, \quad (2.6)$$

სადაც ρ_0 არის ერთგვაროვანი მუდმივი სიმკვრივე, შეგვიძლია შემოვიტანოთ ბგერის სიჩქარის, ფონური დინების მიმართ, პარალელური და პერპენდიკულარული კომპონენტები:

$$C_{\parallel}^2 \equiv \frac{P_{\parallel 0}}{\rho_0}, \quad C_{\perp}^2 \equiv \frac{P_{\perp 0}}{\rho_0}. \quad (2.7)$$

ამ შემთხვევაში, შესაძლებელია პლაზმური β პარამეტრის ორი მნიშვნელობის შემდგენიერად განსაზღვრა:

$$\beta_{\parallel} = \frac{P_{\parallel 0}}{B_0^2/4\pi}, \quad \beta_{\perp} = \frac{P_{\perp 0}}{B_0^2/4\pi}. \quad (2.8)$$

სითბური ეფექტების შესაფასებლად კი შემოგვყავს შემდეგი პარამეტრები:

$$\gamma_{\parallel} \equiv \frac{S_{\parallel 0}}{P_{\parallel 0}C_{\parallel}}, \quad \gamma_{\perp} \equiv \frac{S_{\perp 0}}{P_{\perp 0}C_{\perp}}, \quad (2.9)$$

$$\gamma_{\parallel} = \gamma_{\perp} \equiv \gamma. \quad (2.10)$$

ასევე უპრიანია სითბური ნაკადების უგანზომილებო პარამეტრის შემოყვანა, რომელიც ნორმირებულია მაგნიტური ველის სიდიდეზე (ალვენის სიჩქარის გამოყენებით):

$$q_{\parallel} \equiv \frac{2\gamma_{\parallel}C_{\parallel}}{V_A}, \quad q_{\perp} \equiv \frac{2\gamma_{\perp}C_{\perp}}{V_A}. \quad (2.11)$$

განხილულ მიახლოებებში, ანიზოტროპიის პარამეტრი და სითბური ნაკადების პარამეტრები ერთმანეთს უკავშირდება შემდეგი ფორმით:

$$\alpha = \left(\frac{q_{\parallel}}{q_{\perp}} \right)^2.$$

CGL მიახლოებაში (როდესაც ხდება სითბური ნაკადების უგულვებელყოფა) შედეგების შესამოწმებლად, განხილულ უნდა იქნეს შემდეგი ზღვარი: $\gamma = q_{\parallel} = q_{\perp} = 0$ და $j_s = 0$, რაც გაკეთებულია 2.4 ქვეთავში.

2.3 წრფივი შეშფოთებები

იმისთვის, რომ განვახორციელოთ ანიზოტროპული მძლ წანაცვლებითი დინების წრფივი მდგრადობის ანალიზი, ფიზიკურ სიდიდეებს ვყოფთ ფონურ და შეშფოთებით კომპონენტებად:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho', \\ \mathbf{V} &= \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}', \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}', \\ P_{\parallel} &= P_{0\parallel} + P'_{\parallel}, \\ P_{\perp} &= P_{0\perp} + P'_{\perp}, \\ S_{\parallel} &= S_{0\parallel} + S'_{\parallel}, \\ S_{\perp} &= S_{0\perp} + S'_{\perp}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

ამ შემთხვევაში, შეგვიძლია გამოვიყენოთ წანაცვლებითი ფენების (shearing sheet) ფორმალიზმი იმისთვის, რომ გავაანალიზოთ წანაცვლებითი დინების შემფოთებების დინამიკა [25]. ამ მიახლოებაში, წანაცვლების სიბრტყის გარდაქმნების გამოყენებით, შესაძლებელია ტალღურ რიცხვების კოორდინატებზე დამოკიდებულების ნაცვლად დროში ცვლადი ტალღური რიცხვების ანალიზი. ეს მეთოდი, რომელსაც ხშირად არამოდალურ მიახლოებას უქოდებენ, დაფუძნებულია სივრცული ფურიე ჰარმონიკების (სფჰ) დროში ევოლუციის შესწავლაზე [24, 26, 27]. შესაბამისად, ჩვენც ვიყენებთ არამოდალურ ანალიზს და შემოგვაქვს სივრცითი ფურიე გარდაქმნა, დროზე დამოკიდებული ტალღური რიცხვებით:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \iiint \psi(\mathbf{k}, \tau) \exp\left(ik_x \frac{x}{L} + ik_y(\tau) \frac{y}{L} + ik_z \frac{z}{L}\right) d^3\mathbf{k}, \quad (2.13)$$

აქ, L შეესაბამება დინების მახასიათებელ სიგრძეს, τ არის უგანზომილო დროითი ცვლადი $\tau = tV_A/R$, ხოლო $k_y(\tau)$ არის შემფოთებების ჰარმონიკების უგანზომილო წანაცვლებითი ტალღური რიცხვი:

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y(\tau), k_z), \quad k_y(\tau) = k_{y0} - Rk_x\tau \quad (2.14)$$

R არის ნორმირებული სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრი $R = AL/V_A$, ხოლო $\Psi(\mathbf{r}, t)$ და $\psi(\mathbf{k}, \tau)$ შემფოთებების განზოგადოებული ვექტორებია.

სიმოკლისთვის, შემოგვაქვს შემდეგი ნორმირებები და აღნიშვნები:

$$\Psi \equiv \left(j_\rho \frac{\rho'}{\rho_0}, \frac{P'_\parallel}{P'_{\parallel 0}}, \frac{P'_\perp}{P'_{\perp 0}}, \frac{S'_\parallel}{P'_{\parallel 0}}, \frac{S'_\perp}{P'_{\perp 0}}, \frac{\mathbf{V}'}{V_A}, \frac{\mathbf{B}'}{B_0} \right), \quad (2.15)$$

$$\psi \equiv (ij_\rho, ip_\parallel, ip_\perp, is_\parallel, is_\perp, \mathbf{v}, i\mathbf{b}), \quad (2.16)$$

სადაც შემოვიყვანეთ ერთეულოვანი კუმშვადობის პარამეტრი:

$$j_\rho \equiv \begin{cases} 1, & (\mathbf{V} \cdot \nabla) \neq 0 \\ 0, & (\mathbf{V} \cdot \nabla) = 0 \end{cases}. \quad (2.17)$$

ვინაიდან ამ თავში განიხილება კუმშვადი პლაზმის დინება, აღებულ უნდა იქნეს $j_\rho = 1$ შემთხვევა.

(2.13) განტოლებიდან მიღებული ფიზიკური სიდიდეების ფურიეს სივრცული ჰარმონიკები ($p_\parallel, p_\perp, s_\parallel, s_\perp$, და ა.შ.) ზოგადად, კომპლექსური ცვლადების ფუნქციებს წარმოადგენენ, რომელთა შორის არის სფეციფიკური ფაზათა სხვაობები. ასე მაგალითად, ერთგვაროვან კუმშვად დინებაში სითბური ნაკადების გარეშე, წნევის და სიჩქარის შემფოთებების ფაზები განსხვავდებიან $\pi/2$ -ით; რაც ნიშნავს, რომ შემფოთებებს სიჩქარის ნამდვილი მნიშვნელობებით ექნებათ წნევის სუფთად კომპლექსური მნიშვნელობები. ფაზათა სხვაობის ასეთი სტანდარტული მნიშვნელობებისას, უპრიანია სიჩქარის და სითბური ნაკადების ჰარმონიკების ნამდვილი მნიშვნელობებით, ხოლო წნევის და მაგნიტური ველის ჰარმონიკები, სუფთად კომპლექსური მნიშვნელობებით აღვწეროთ (განტოლება (2.16)).

აღსანიშნავია, რომ შემფოთებების სფჰ - ψ - განსაზღვრულია უგანზომილო სახით და კომპლექსური კოეფიციენტებით, რომელსაც ვიყენებთ იმისთვის, რომ დავაკომპენსიროთ შინაგანი ფაზათა სხვაობა კინეტიკურ და თერმოდინამიკურ სიდიდეებს შორის, ტალღური რიცხვების სივრცეში.

ფურიე გაშლის გამოყენებით, გაწრფივებით-არაწრფივი წევრების უგულვებელყოფით, დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა (1.1-1.4) და (2.1-2.2) შეიძლება გარდაიქმნას შემფოთებების სივრცული ჰარმონიკების დიფერენციალურ განტოლებათა შემდეგ სისტემად:

$$\frac{d\rho(\tau)}{d\tau} = -k_x v_x(\tau) - k_y(\tau) v_y(\tau) - k_z v_z(\tau) , \quad (2.18)$$

$$\frac{dv_x(\tau)}{d\tau} = -R v_y(\tau) + \beta_{\parallel} k_x p_{\parallel}(\tau) + (\beta_{\perp} - \beta_{\parallel}) k_x b_x(\tau) , \quad (2.19)$$

$$\frac{dv_y(\tau)}{d\tau} = \beta_{\perp} k_y(\tau) p_{\perp}(\tau) - (1 + \beta_{\perp} - \beta_{\parallel}) k_x b_y(\tau) + k_y(\tau) b_x(\tau) , \quad (2.20)$$

$$\frac{dv_z(\tau)}{d\tau} = \beta_{\perp} k_z p_{\perp}(\tau) - (1 + \beta_{\perp} - \beta_{\parallel}) k_x b_z(\tau) + k_z b_x(\tau) , \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\parallel}(\tau)}{d\tau} = & -3k_x v_x(\tau) - k_y(\tau) v_y(\tau) - k_z v_z(\tau) - ik_x s_{\parallel}(\tau) + \\ & + i(1 - 2\alpha^2) \frac{q_{\parallel}}{2} k_x b_x(\tau) - 2R b_y(\tau) , \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\frac{dp_{\perp}(\tau)}{d\tau} = -k_x v_x(\tau) - 2k_y(\tau) v_y(\tau) - 2k_z v_z(\tau) - ik_x s_{\perp}(\tau) + iq_{\perp} k_x b_x(\tau) + R b_y(\tau) \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{ds_{\parallel}(\tau)}{d\tau} = & -2q_{\parallel} k_x v_x(\tau) - \frac{q_{\parallel}}{2} k_y(\tau) v_y(\tau) - \frac{q_{\parallel}}{2} k_z v_z(\tau) + 3ij_s \beta_{\parallel} k_x (\rho(\tau) - \\ & - p_{\parallel}(\tau)) - 3R \frac{q_{\parallel}}{2} b_y(\tau) , \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{ds_{\perp}(\tau)}{d\tau} = & -q_{\perp} k_x v_x(\tau) - q_{\perp} k_y(\tau) v_y(\tau) - q_{\perp} k_z v_z(\tau) + ij_s \beta_{\parallel} k_x (\rho(\tau) - \\ & - p_{\perp}(\tau) + (1 - \alpha) b_x(\tau)) , \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\frac{db_y(\tau)}{d\tau} = k_x v_y(\tau) , \quad (2.26)$$

$$\frac{db_z(\tau)}{d\tau} = k_x v_z(\tau) , \quad (2.27)$$

$$0 = k_x b_x(\tau) + k_y(\tau) b_y(\tau) + k_z b_z(\tau) . \quad (2.28)$$

აღნიშნული სისტემა აღწერს ჩვენი ამოცანის ყველა წრფივი შემფოთების ევოლუციას დროში.

2.4 წრფივი სპექტრი

ზოგადად, ამოცანის შესაბამისი წრფივი სპექტრი შეიძლება მიღებულ იქნას შემფოთებების სივრცული ჰარმონიკების დროითი ფურიე გაშლით. (2.18-2.28) განტოლებების კოეფიციენტები, დინების სიჩქარის წანაცვლების გამო, ცხადადაა დამოკიდებული დროზე. მიუხედავად ამისა, შესაძლებელია ადიაბატური მიახლოების გამოყენება მაშინ, როდესაც:

$$\frac{d\psi(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} \approx -i\omega\psi(\mathbf{k}, \tau) , \quad (2.29)$$

სადაც ω შეიძლება იყოს დროის ნელა ცვლადი ფუნქცია. განხილული მიახლოება მისაღებად სიჩქარის წანაცვლების დაბალი ან საშუალო მნიშვნელობებისთვის; ეს პირობა უფრო მკაცრია სპექტრის დაბალსიხშირული მოდების შემთხვევაში. ანიზოტროპული მკდ-ის წრფივი სპექტრი ერთგვაროვანი დინებისთვის (ნულოვანი წანაცვლებით) შესწავლილია [18]- ში. სიჩქარის წანაცვლება კი, უფრო მეტად ართულებს დისპერსიის ზოგად განტოლებას (იხილეთ განტ. A.1-A.9, დანართში A).

წარმოდგენილ თავში, ჩვენ შევეცდებით უფრო დაწვრილებით აღვწეროთ კუმშვადი ბგერითი ტალღები, ძლიერი მაგნიტური ველის შემთხვევაში - ცივი პლაზმის მიახლოების გამოყენებით. ამ მიახლოებაში, მაგნიტური წნევა აღემატება ჰიდროდინამიკურს და სამართლიანია შემდეგი პირობა:

$$\beta_{\parallel}, \beta_{\perp} \ll 1 . \quad (2.30)$$

დასმული ამოცანისთვის, ამ პირობის გამოყენებით შესაძლებელია დისპერსიული განტოლების გამარტივება. კერძოდ, მაღალსიხშირულ ზღვარში, დისპერსიის ფაქტორიზაციის შედეგად ვიღებთ:

$$\omega^2 - k_x^2 = 0 , \quad (2.31)$$

ხოლო დაბალი სიხშირის მოდებისთვის:

$$(\omega^2 - j_s \beta_{\parallel} k_x^2) D_{ta}(\mathbf{k}, \omega) - i R \beta_{\perp} \frac{k_x k_y}{k^2} D_R(\mathbf{k}, \omega) = 0 , \quad (2.32)$$

სადაც შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$D_{ta}(\mathbf{k}, \omega) = \omega^4 - 3(j_s + 1)\beta_{\parallel} k_x^2 \omega^2 - 2\beta_{\parallel} q_{\parallel} k_x^3 \omega + 3j_s \beta_{\parallel}^2 k_x^4 , \quad (2.33)$$

$$D_R(\mathbf{k}, \omega) = 2\omega^5 + \alpha q_{\parallel} k_x \omega^4 - (5 + 7j_s)\beta_{\parallel} k_x^2 \omega^3 - [2\alpha(2 + 3j_s) + 7] \frac{q_{\parallel}}{2} \beta_{\parallel} k_x^3 \omega^2 + [j_s(3j_s + 5) - 6\alpha\gamma^2] \beta_{\parallel}^2 k_x^4 \omega + 3 \frac{q_{\parallel}}{2} j_s \beta_{\parallel}^2 k_x^5 . \quad (2.34)$$

მიღებული დაბალსიხშიროვანი დისპერსიული განტოლების ამოხსნა შესაძლებელია ნულოვანი წანაცვლების შემთხვევაში, როდესაც $R = 0$. ამ შემთხვევაში, მიიღება შემდეგი დისპერსიული თანაფარდობა:

$$(\omega^2 - j_s \beta_{\parallel} k_x^2) D_{ta}(\mathbf{k}, \omega) = 0 , \quad (2.35)$$

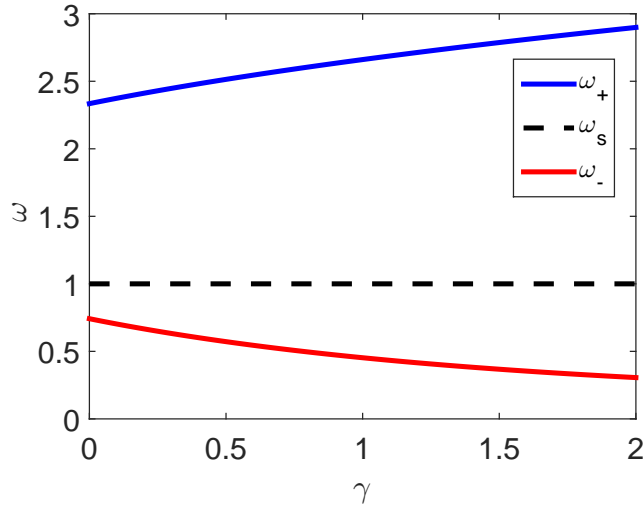
მიღებული დისპერსიის CGL ზღვარში შესამოწმებლად შესაძლებელია შესაბამისი ჩასმის გამოყენება ($j_s = \gamma = 0$) და დისპერსია დაიყვანება შემდეგ გამოსახულებაზე:

$$\omega^2 (\omega^2 - 3\beta_{\parallel} k_x^2) = 0 ,$$

რომელიც აღწერს კარგად ცნობილ CGL ამონახსნს ბგერითი ტალღებისათვის:

$$\omega^2 = 3\beta_{\parallel} k_x^2$$

არანულოვან სითბური ნაკადების შემთხვევაში, 16-იმპულსურ მიახლოებაში, აკუსტიკური მოდებისათვის ვღებულობთ სამ სხვადასხვა ტიპის პერიოდულ ამონახსნს :



სურათი 2.2: ერთგვაროვან დინებაში - $R = 0$, სწრაფი და ნელი თერმო-აკუსტიკური ამონახსნების დამოკიდებულება γ სითბური ნაკადის პარამეტრზე.

- სწრაფი თერმო-აკუსტიკური მოდა $\omega_+ = \beta_{\parallel}^{\frac{1}{2}} k_x \eta_+$,
- აკუსტიკური მოდა $\omega_s^2 = \beta_{\parallel} k_x^2$,
- ნელი თერმო-აკუსტიკური მოდა $\omega_- = \beta_{\parallel}^{\frac{1}{2}} k_x \eta_-$,

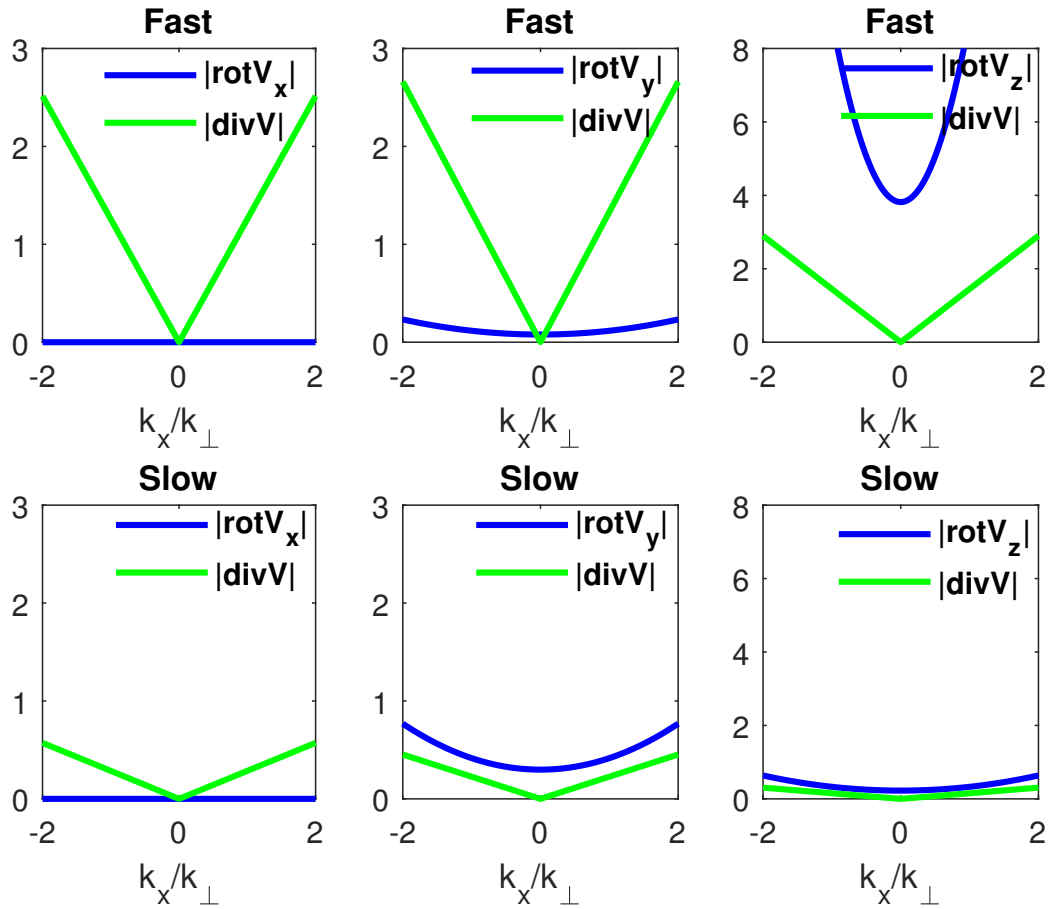
სადაც η_{\pm} არის შემდეგი დამხმარე განტოლების ამონახსნების წყვილები:

$$\eta^4 - 6\eta^2 - 4\gamma\eta + 3 = 0 .$$

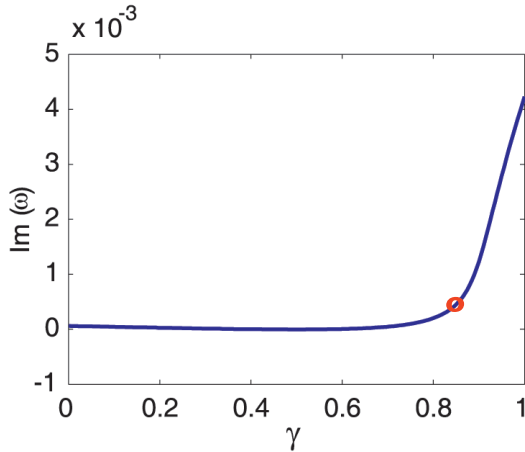
მიღებულ მოდებს ვუწოდებთ სწრაფ და ნელ თერმო-აკუსტიკურ მოდებს, რადგანაც კმაყოფილდება შემდეგი პირობა: $\eta_+^2 > 1 > \eta_-^2$, რაც ნათლად ჩანს 2.2 სურათზე, სადაც ნახვენებია დისპერსიის (2.35) ამონახსნების დამოკიდებულება სითბური ნაკადების პარამეტრზე, ნულოვანი წანაცვლების შემთხვევაში.

როგორც ვხედავთ, 16-იმიპულსურმა აღწერამ მოხსნა CGL მიახლოებაში არსებული აკუსტიკური ტალღური მოდის გადაგვარება და კორექტულად აღწერა არა მხოლოდ აკუსტიკური მოდა, არამედ გამოავლინა კუმშვადი მოდების ორი დამატებითი წყვილი. ერთგვაროვან დინებებში მიღებული მოდების შემფოტებების ველი მოცემულია 2.3 ნახაზზე. ნახაზი გვიჩვენებს, რომ სითბური ნაკადის პარამეტრის მცირე მნიშვნელობის შემთხვევაში, ორივე მოდის ველში დომინირებენ კუმშვადი შემფოტებები. სითბური ნაკადების პარამეტრის მნიშვნელოვანი ზრდა იწვევს თერმო-აკუსტიკურ მოდაში ცირკულაციის შემფოტებების გაძლიერებას და როტორული კომპონენტის კუმშვადობაზე დომინირებას.

წრფივი მდგრადობის შესასწავლად საჭიროა დაბალსიხშირული, ნელი თერმო-აკუსტიკური მოდის თვისებების შესწავლა. აღმოჩნდა, რომ ერთგვაროვანი დინებისთვის წრფივი ექსპონენციალური დესტაბილიზაცია (არამდგრადობა) ვითარდება მაშინ, როდესაც სითბური ნაკადის პარამეტრი აღემატება გარკვეულ კრიტიკულ მნიშვნელობას. ნახაზი 2.4 გვიჩვენებს ნელი თერმო-აკუსტიკურ მოდის ზრდის ხასიათს, რომელიც არამდგრადი ხდება სითბური ნაკადების პარამეტრის ზე-კრიტიკული მნიშვნელობების შემთხვევაში: $\gamma > \gamma_{cr} \approx 0.85$.



სურათი 2.3: სურათი გვიჩვენებს ნელი და სწრაფი თერმო-აკუსტიკური მოდის შემოღობვების ველს ერთგვაროვან დინებაში ($R = 0$). სითბური ნაკადის კოეფიციენტია $\gamma = 0.5$ (პირველი სვეტი) 1 (მეორე სვეტი) და 2 (მესამე სვეტი). ზედა სტრიქონში ნახვენებია სწრაფი თერმო-აკუსტიკური მოდა, ხოლო ქვედა სტრიქონში - ნელი თერმო-აკუსტიკური მოდა. საკუთარი ფუნქციები გვიჩვენებენ ტალღას, რომელშიც დომინირებს სიჩქარის კუმშვადი კომპონენტი ($\text{div}(\mathbf{v})$).



სურათი 2.4: კუმშვადი სითბური ნაკადების არამდგრადობის ზრდის ხარისხის დამოკიდებულება სითბური ნაკადების პარამეტრზე, ერთგვაროვანი დინებაში: $R = 0$. გრაფიკი გვიჩვენებს, რომ არამდგრადობის დაწყებისთვის აუცილებელია სითბური ნაკადების პარამეტრი აღემატებოდეს კრიტიკულ მნიშვნელობას: $\gamma_{cr} = 0.85$.

2.5 წანაცვლებითი დინების ამონახსნები

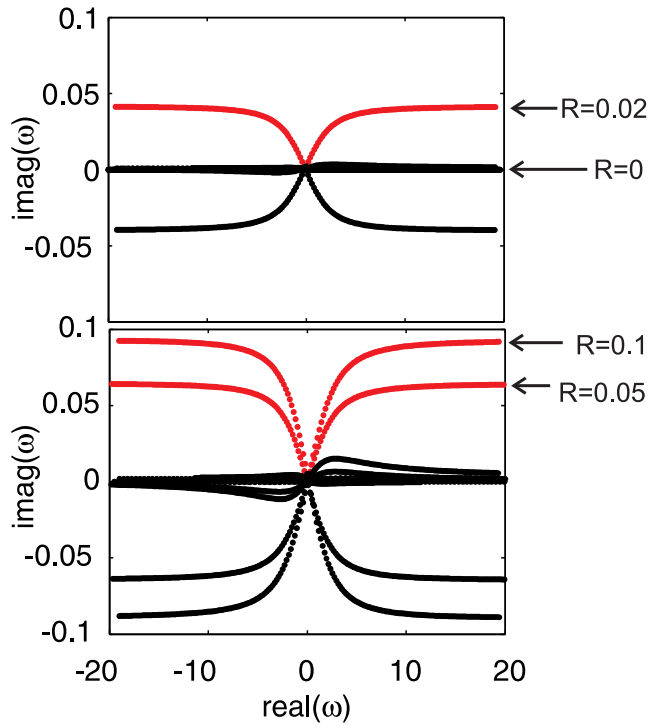
სიჩქარის წანაცვლების არსებობისას წრფივი მოდეები იცვლებიან განივი პლაზმური ბეტას β_{\perp} და სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრის R -ის პროპორციულად (იხ. მეორე წევრი (2.32)-ე განტოლებაში). ამ შემთხვევაში შეუძლებელია (აქამდე აპრობირებული მათემატიკური აპარატით) დისპერსიის განტოლების ანალიზური ამონახსნა ცხადი სახით. შესაბამისად, მოდეების თვისებების შესასწავლად ვიყენებთ რიცხვით მეთოდებს.

2.5 სურათზე ნაჩვენებია დისპერსიის განტოლების რიცხვითი ამონახსნები სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის. დისპერსიული განტოლების (2.32) რიცხვითი ამონახსნები გვიჩვენებენ თერმო-აკუსტიკური მოდის ზრდის ხარისხს. ვხედავთ, რომ არამდგრადობა ძლიერდება სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრის ზრდასთან ერთად. ზრდის ხარისხი აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას შემფოტებებისთვის, რომელთათვისაც ნაკადის გასწვრივი მახასიათებელი სიგრძე უმცირესია ($k_x \gg 1$).

2.7 სურათზე ნაჩვენებია დისპერსიული მრუდები, სითბური ნაკადის პარამეტრის ზეკრიტიკული მნიშვნელობისათვის ($\gamma > \gamma_{cr}$), როდესაც სიჩქარის წანაცვლება ნულოვანია ($R = 0$). თუმცა, ეს არამდგრადობა ფაქტიურად არ რეაგირებს სიჩქარის წანაცვლების ცვლილებაზე. სითბური ნაკადების არამდგრადობა უფრო ძლიერი ეფექტია, ვიდრე სიჩქარის წანაცვლების ეფექტი, რაც კარგად ჩანს 2.5 და 2.6 სურათებზე წარმოდგენილი შედეგების შედარებით. ასე რომ, სითბური ნაკადის პარამეტრის ზეკრიტიკულ მნიშვნელობებისას, სიჩქარის წანაცვლების ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის, პლაზმა ამჟღავნებს კუმშვად, ძლიერ სითბურ არამდგრადობას.

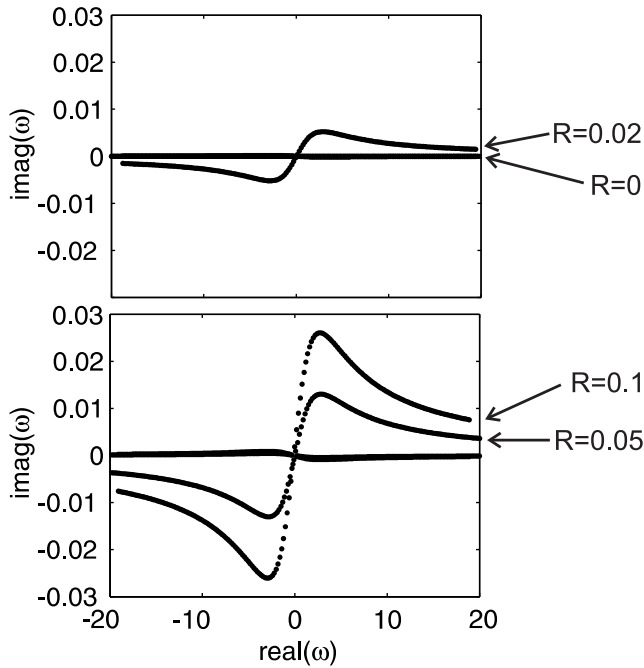
სურ.2.8 გვიჩვენებს ნელი თერმო-აკუსტიკური ტალღების სიხშირეს და ზრდის ხარისხს, ნაკადის გასწვრივი ტალღური რიცხვის და სითბური პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის. რიცხვითი თვლების შედეგები გვიჩვენებს, რომ არამდგრადობის რეგიონში, ამონახსნის ნამდვილი და კომპლექსური ნაწილები, არიან ერთი რიგის.

შესაბამისად, თერმო-აკუსტიკური ტალღის ენერგია (გამომავალი ნაკადის მახლობლობაში) იზრდება წანაცვლებითი ნაკადის ზე-მდგრადობის ფონზე: არამდგრადობის დროითი მასშტაბი იმავე რიგისაა, რაც ზრდადი მოდის ოსცილაციების პერიოდი. ამ პროცესს მივყავართ (კუმშვადი) ტალღების დისიპაციის გაძლიერებისკენ და შესაბამისად ნაკადის გაცხელებისკენ. დიდ მასშტაბებზე, როცა $r > r_{cr}$ და $\gamma > \gamma_{cr}$ ვითარდება ექსპონენციალურად ზრდადი

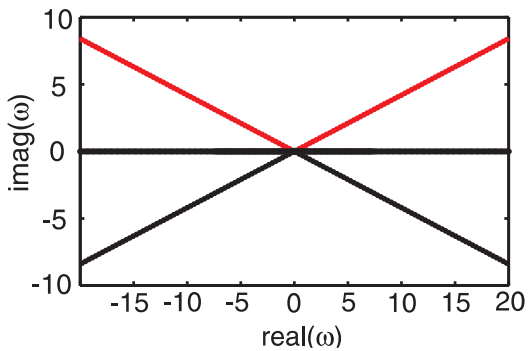


სურათი 2.5: დისპერსიული მრუდები ქვეკრიტიკული სითბური ნაკადების პარამეტრის $\gamma = 0.5$ შემთხვევაში, ანიზოტროპიის $\alpha = 2$ პარამეტრით და წანაცვლებითი პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის: $R = 0, 0.02, 0.05, 0.1$. ნახვენებია შემთხვევები, როდესაც $\beta_{||} = 0.01$ და $k_y/k_x = 2$. არამდგრადობის ზრდის ხარისხი იზრდება დინების სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრის ზრდასთან ერთად.

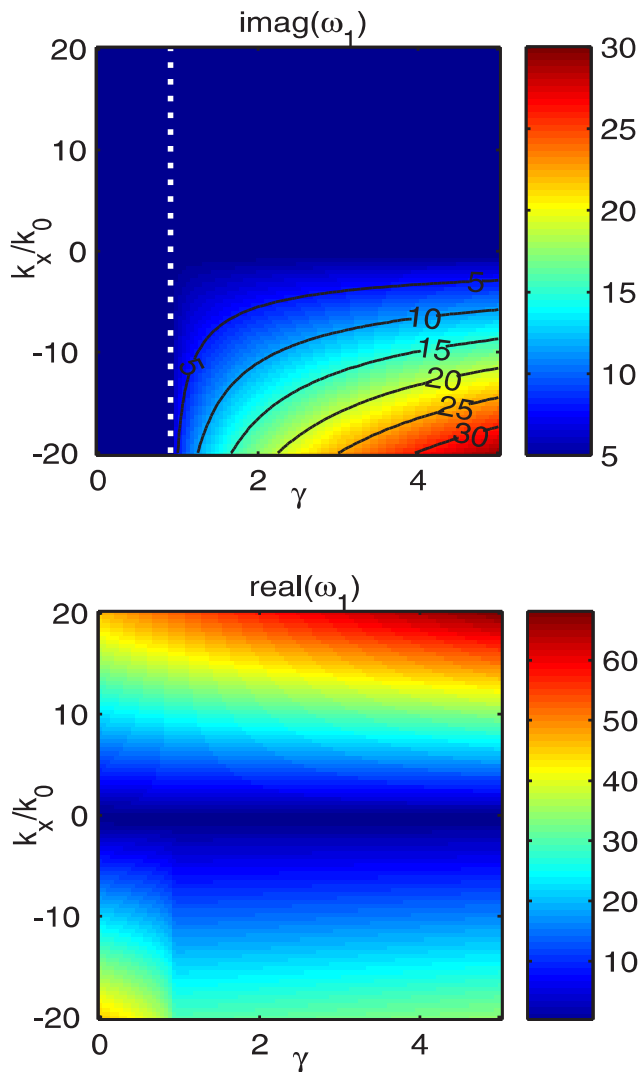
არამდგრადობა, რაც გამოწვეულია ანიზოტროპული სითბური ნაკადების არამდგრადობით. ამ უკანასკნელს, თავის მხრივ, დამაგნიტებულ ღრუბლებში შეუძლია გამოიწვიოს მიმართული დინების ფრაგმენტაცია (დანაწევრება) დიდ მასშტაბებზე.



სურათი 2.6: დისპერსიული მრუდები სითბური ნაკადების პარამეტრის $\gamma = 1.5$ ზეკრიტიკული მნიშვნელობისას. ანიზოტროპიის პარამეტრის $\alpha = 2$ შემთხვევაში, ნახვენებია ნახაზები ნორმირებული წანაცვლებითი პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის: $R = 0, 0.02, 0.05, 0.1$. აქ $\beta_{||} = 0.01$. ნახვენებია ჰარმონიკები, რომლებისთვის $k_y/k_x = 2$ -ს. ამ შემთხვევაში მიღებული არამდგრადობის -სითბური ნაკადის არამდგრადობის- ფაქტორი (ზრდის ხარისხი) დომინირებს სიჩქარის წანაცვლების ეფექტით გამოწვეულ არამდგრადობაზე (იხილეთ სურ. 2.7) .



სურათი 2.7: დისპერსიული მრუდები სითბური ნაკადების პარამეტრის $\gamma = 1.5$ ზეკრიტიკული მნიშვნელობისას, ნულოვანი წანაცვლების მიახლოებაში: $R = 0$. სითბური არამდგრადობის ზრდის ხარისხი (ექსპონენციალური) ბევრად აღემატება აკუსტიკური ტალღური არამდგრადობის ფაქტორს, სისტემის პარამეტრების იგივე მნიშვნელობების შემთხვევაში (იხილეთ სურ. 2.6.)



სურათი 2.8: ნახვენებია ნელი თერმო-აკუსტიკური მოდის ზრდის ინკრიმენტის ($\text{Im}(\omega)$) და სიხშირის ($\text{Re}(\omega)$) ზედაპირები ნაკადის გასწვრივი ტალღური რიცხვის - k_x -ის და სითბური ნაკადების γ პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის, $R = 0$ შემთხვევაში. ვერტიკალური წყვეტილი ხაზი გვიჩვენებს γ პარამეტრის კრიტიკულ მნიშვნელობას სითბური ნაკადებით გამოწვეული არამდგრადობისთვის. ამავდროულად ამ არეში, ამონახსნის ნამდვილი ნაწილიც არანულოვანია, და მსგავსია კომპლექსური მნიშვნელობებისა, რაც გვაძლევს ზემდგრადობას. ზემდგრადობის ფაქტორი კი, იზრდება სითბური ნაკადების პარამეტრის და ნაკადის გასწვრივი ტალღური რიცხვის ზრდასთან ერთად.

2.6 დასკვნა

მიმდინარე თავში წარმოდგენილია ანიზოტროპული, ძლიერად დამაგნიტებული მჰდ წანაცვლებითი დინების წრფივი მდგრადობის ანალიზი 16-იმპულსურ მჰდ მიახლოებაში. მიღებულია დისპერსიული განტოლება, რომელიც ამოხსნილია სხვადასხვა მიახლოებაში.

აღმოჩნდა, რომ მეორე რიგის კუმშვადი აკუსტიკური მოდა აღიწერება სამი სხვადასხვა აკუსტიკური მოდის საშუალებით: მეორე რიგის კლასიკური აკუსტიკური მოდა და პირველი რიგის სწრაფი და ნელი თერმო-აკუსტიკური მოდები. ამ სამი მოდის განცალკევებულ საშუალებად მოგვცა უფრო ზუსტად აღგვეწერა კუმშვადი მოდები, რამაც გამოიწვია გადაგვარების მოხსნა, რომელსაც ადგილი ჰქონდა ბგერის CGL აღწერისას.

მიღებული სამი კუმშვადი ამონახსნი შესწავლილია ძლიერად დაგამნიტებული დაუჯახებელი ანიზოტროპული პლაზმის მიახლოებაში, ერთგვაროვანი და წანაცვლებითი დინებებისათვის.

აღმოჩნდა, რომ დინება განიცდის ექსპონენციალურ დესტაბილიზაციას და ვითარდება

ანიზოტროპული სითბური არამდგრადობა, თუკი დინების სითბური ნაკადის პარამეტრი აღემატება გარკვეულ კრიტიკულ მნიშვნელობას: $\gamma_{cr} = 0.85$. ასეთმა პროცესებმა შეიძლება გამოიწვიოს ფონური დინების ენერჯის მიკროსკოპულ კუმშვად ენერჯიაში გადადინება და დინების ლოკალური გაცხელება. ეს ერთის მხრივ, შეამცირებს სითბური ნაკადის პარამეტრს ქვეკრიტიკულ მნიშვნელობამდე, მეორეს მხრივ კი მოახდენს მაკროსკოპული მიმართული დინების დაშლას ან ფრაგმენტაციას.

შესაძლოა, დაუჯახებელი პლაზმის დამაგნიტებული დინებები განიცდიდნენ მიკროსკოპულ არამდგრადობებს, რაც შეზღუდავს მათი გავრცელების არეალს ისეთ ობიექტებში, როგორცაა ვარსკვლავური და გალაქტიკური ქარები.

დისპერსიული განტოლების რიცხვითი ამოხსნის საშუალებით შესწავლილია სიჩქარის წანაცვლების ეფექტები თერმო-აკუსტიკური ტალღებისთვის. აღმოჩნდა, რომ ფონური დინების არაერთგვაროვნებას მივყავართ თერმო-აკუსტიკური მოდების ტალღურ არამდგრადობამდე, რა დროსაც ოსცილირებადი ტალღის ამპლიტუდა განიცდის ნელ ექსპონენციალურ ზრდას.

ანიზოტროპული სითბური ნაკადების ზეგავლენა ძლიერდება სითბური ნაკადის პარამეტრის ზე-კრიტიკული მნიშვნელობისას და ვითარდება ექსპონენციალური არამდგრადობა. ამ შემთხვევაში მიღებული შედეგები აჩვენებს, რომ ექსპონენციალური სითბური ნაკადების არამდგრადობა აღემატება კუმშვადი წანაცვლებითი დინების მიერ გამოწვეულ ტალღურ არამდგრადობას.

იმ ტურბულენტური პროცესების უკეთ გაგება, რომლებიც იწვევენ მზის და ვარსკვლავური ქარის გაცხელებას და აჩქარებას, ჩვენი ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მიზანია. უნდა ითქვას, რომ ანიზოტროპული სითბური ნაკადებით და სიჩქარის წანაცვლებით გამოწვეულ ბგერითი ტალღების ტალღურ არამდგრადობას შეუძლია ხელი შეუწყოს ასტროფიზიკური ქარის ლოკალურ გაცხელებას რომელიც, როგორც დაკვირვებები გვიჩვენებს, იმაზე ძლიერია, ვიდრე იყო ნაწინასწარმეტყველები უბრალო ადიაბატური გაფართოების მოდელით. მეორეს მხრივ, საინტერესოა იმ დამატებითი მოდების როლის შესწავლა, რომლებიც გამოიჩინებენ ტურბულენტური გათბობის მოდელების წრფივ სპექტრში, რის შესახებაც, იქნა კიდევ აღნიშნული ახლახანს [58]. ამ მოდელის კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი ასპექტია მძვ ტალღური მოდების სითბური მოდიფიკაციების განსაზღვრა, რაც სწორედ 16-იმპულსურ მიახლოებაში მოხერხდა. ცნობილია, რომ წანაცვლებითი დინება იწვევს ტალღების ბმას(ქაფლინგი) და აძლიერებს დისიპაციურ პროცესებს. მაგალითისთვის, შეგიძლიათ იხილოთ თვით-გათბობის მექანიზმი, რომელიც აღწერილია მზის კორონალური გაცხელების კონტექსტში [29].

ასტროფიზიკული ობიექტების მრავალი იონიზირებული დინება შედის გაფართოებადი ანიზოტროპული პლაზმის კატეგორიაში. მათ შორისაა მზის და ვარსკვლავური ქარები, გალაქტიკებიდან გამოძვალა დამაგნიტებული დინებები, ასევე ზეახალი ვარსკვლავების სფერულად გაფართოებადი გარსები. როგორც ჩანს, გაფართოებადი დინებების ნაკადების რადიალურად ბუნებრივ შემცირებას შეუძლია განსაზღვროს, ამ დინებების ლოკალური თერმოდინამიკური წონასწორობა(LTE) ხასიათი, წყაროსგან შორ მანძილებზეც. მართლაც, თუ სითბური ნაკადის პარამეტრი იზრდება გამოძვალ დინებასთან ერთად, წყაროდან რაღაც მანძილზე, მას შეუძლია გადააჭარბოს თავის კრიტიკულ მნიშვნელობას ($\gamma > \gamma_{cr}$). როგორც ვაჩვენეთ, ამ შემთხვევაში (წრფივი თეორიის ფარგლებში), ვითარდება ექსპონენციალური არამდგრადობა. მსგავსი პროცესები შეიძლება განვითარდეს არამარტო ძლიერად დამაგნიტებულ ვარსკვლავურ ქარში, არამედ გარკვეული ტიპის ჭავლურ დინებებშიც. მსგავსი

მოსაზრებები შეიძლება იქნეს გამოყენებული საპირისპირო შემთხვევაშიც - აკრედიული დინებებისთვის, როდესაც ანიზოტროპული პლაზმა ეცემა ცენტრალურ მასიურ ობიექტზე. ამ შემთხვევაში, ანიზოტროპული სითბური არამდგრადობა შეიძლება განვითარდეს აკრედიული პროცესის პარალელურად.

წარმოდგენილ ნაშრომში აღწერილი მოვლენა ასევე შეიძლება მნიშვნელოვანი იყოს ძლიერად გაუხშობი პლაზმისთვისაც, როგორცაა შიდა-კლასტერული გარემო ან გალაქტიკური ქარი. ასეთი გამომავალი დინებების დაბალი სიმკვრივე უზრუნველყოფს ისეთ გარემოს, სადაც იონების ლოკალური ლარმორის რადიუსი ნაწილაკების საშუალო თავისუფალი განარბენის მნიშვნელობაზე ნაკლებია. ხშირად, ამ ტიპის დინებებს ახასიათებთ ძლიერი დამაგნიტებულობა და ამავედროულად სიჩქარის განივი არაერთგვაროვანება.

თანამედროვე თეორიების მიხედვით გალაქტიკურ ქარს გადააქვს დინამო მექანიზმით გენერირებული მაგნიტური ველი დიდ მასშტაბებზე, სადაც ის დაიკვირვება. ასეთ სიტუაციებში, ლოკალურ თერმოდინამიკურ, ექსპონენციალურ არამდგრადობას შეუძლია გამოიწვიოს მიმართული დინების დანაწევრება/ფრაგმენტაცია და მაგნიტური ბუშტების წარმოშობა გამომავალ დინებაში. არამდგრადობის მექანიზმი ასევე ზღუდავს მაგნიტური ველის მაქსიმალურ სიდიდეს, რომელიც შეიძლება შენარჩუნებულ იქნეს ასეთი გაუხშობილი იონიზირებული დინებების მიერ.

თავი 3

შლანგური არამდგრადობა არაერთგვაროვან ანიზოტროპულ დინებებში

ანიზოტროპულ იონიზირებულ დინებებში შეიძლება განვითარდეს სხვადასხვა ტიპის კინეტიკური არამდგრადობები, რომლებიც ამცირებენ მაგნიტური ანიზოტროპიის ენერგიას, ხოლო თავად იზრდებიან სხვადასხვა მექანიზმების ხარჯზე. დინებები, სადაც თერმული ენერგია აღემატება მაგნიტურს, მიდრეკილები არიან ე.წ. შლანგური არამდგრადობისკენ [30, 31, 32, 33, 34]. როდესაც მაგნიტური ველის პარალელური წნევის კომპონენტი მნიშვნელოვნად აღემატება ველის პერპენდიკულარულ წნევას, მაგნიტური ველის განივი დეფორმაციის შემფოთებები შეიძლება გახდნენ არამდგრადი და დაიწყონ ექსპონენციალური ზრდა.

შლანგურმა არამდგრადობამ მას შემდეგ მიიპყრო ბევრად მეტი ყურადღება, რაც გაირკვა, რომ ის იყო ერთ-ერთი პირველადი კინეტიკური არამდგრადობა, რომელიც ზემოქმედებდა მზის და ვარსკვლავური ქარის დინამიკაზე [35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43]. ასევე ცნობილია, რომ შლანგური არამდგრადობა მნიშვნელოვანია სხვა ასტროფიზიკურ სიტუაციებშიც [41]. ამ არამდგრადობის დინამიკური მახასიათებლები ძირითადად მიიღება მზის ქარის ფლუქტუაციებში წნევის ანიზოტროპიის გაზომვიდან/დაკვირვებებიდან [44, 45, 46, 47, 48].

ცნობილია, რომ მიკროსკოპული შლანგური არამდგრადობის არაწრფივი განვითარება მოქმედებს ასტროფიზიკური პლაზმის დიდ-მასშტაბოვან დინამიკაზეც [49]. არაწრფივ ამპლიტუდების შემთხვევაში, არამდგრადობის განვითარების უფრო დეტალური ანალიზი შეიძლება მიღებულ იქნას რიცხვითი მოდელირებით [50, 41]. უფრო მეტიც, კლასიკური შლანგური არამდგრადობის პირდაპირი რიცხვითი მოდელირებისას, ჰიბრიტულ-კინეტიკურ მიახლოების გამოყენებით დასტურდება ექსპონენციური არამდგრადობის სტანდარტული წრფივი თეორიაც [51]. იზოტროპულ ზღვარში, პლაზმის სითბური არაწონასწორული მდგომარეობა, რომელიც გამოიხატება სისტემის ენტროპიის დროში პერიოდულ ან სწრაფი აპერიოდულ ცვლილებით, გვაძლევს სხვადასხვა მჰდ ტალღური მოდების ძლიერ ბმასა და პარამეტრიული არამდგრადობების განვითარებას [52].

მიმდინარე თავში ჩვენ წარმოვადგენთ დაბალსიხშიროვან, უკუმშვად, ანიზოტროპულ მჰდ წანაცვლებითი დინების ანალიზს, სითბური ნაკადების არსებობისას.

სიჩქარის წანაცვლებისა და სითბური ნაკადების ზეგავლენას წრფივი შეშფოთებების დინამიკაზე ახასიათებს კუმშვადობის ეფექტებთან შედარებით დაბალი სიხშირე. ჩვენ ვიყენებთ უკუმშვად მიახლოებას და ვსწავლობთ შლანგური არამდგრადობის თვისებებს (წრფივ მიახლოებაში), როდესაც კუმშვადობის ეფექტი უშუალოდ ვერ ზემოქმედებს არამდგრადობაზე.

ამოცანის ფიზიკური მოდელი წარმოდგენილია 3.1 ქვეთავში, სადაც არის აღწერილი ნაკადის მდგრადი კონფიგურაცია. ქვეთავი 3.2 წარმოადგენს წრფივი შეშფოთებებს და მდგრადობის ანალიზს. 3.3 ქვეთავში განხილულია შლანგური არამდგრადობის თვისებები ანიზოტროპულ სტატიკურ შემთხვევაში, ხოლო 3.4 ქვეთავში აღწერილია შლანგური არამდგრადობის განვითარება წანაცვლებითი დინებებში. მიღებული დასკვნები შეჯამებულია 3.5 ქვეთავში.

3.1 ფიზიკური მოდელი

უკუმშვადი ანიზოტროპული მჰდ სისტემა 16-იმპულსურ მიახლოებაში შეიძლება აღიწეროს შემდეგი ერთსითხოვან მოდელის გამოყენებით [10, 18, 55]:

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} + \frac{\nabla P_{\perp}}{\rho} + \frac{\mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B})}{4\pi\rho} = \frac{(\mathbf{B} \cdot \nabla)}{\rho} \left[(P_{\perp} - P_{\parallel}) \frac{\mathbf{B}}{B^2} \right], \quad (3.1)$$

$$\frac{D\mathbf{B}}{Dt} - (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{V} = 0, \quad (3.2)$$

$$(\nabla \cdot \mathbf{B}) = 0, \quad (3.3)$$

სადაც უკუმშვადობის პირობა მოიცემა შემდეგნაირად:

$$(\nabla \cdot \mathbf{V}) = 0. \quad (3.4)$$

იმისათვის რომ ზემოთ მოცემული განტოლებათა სისტემა გახდეს სრული, ვამატებთ პარალელური და პერპენდიკულარული სითბური ნაკადების აღმწერ განტოლებებს (2.1)-(2.2), რაც არსებითად წარმოადგენს მდგომარეობის განტოლებებს.

3.2 წრფივი მდგრადობის ანალიზი

ანიზოტროპული მაგნიტოჰიდროდინამიკური დინების მდგრადობის ანალიზისთვის, წინა თავში განხილული ამოცანის მსგავსად, მდგრადი დინების კონფიგურაციას განვსაზღვრავთ გასწვრივი მაგნიტური ველის: $\mathbf{B}_0 = (B_0, 0, 0)$ და განივი სიჩქარის წანაცვლების პირობებში: $\mathbf{V}_0 = (Ay, 0, 0)$.

წრფივი მდგრადობის ანალიზის ჩასატარებლად შემოგვაქვს შეშფოთებები, რის შემდეგაც უკუმშვადი პარალელური წანაცვლებითი დინების პარამეტრებუ განისაზღვრება ასე (იხ. [63]):

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}', & \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}', \\ P_{\parallel} &= P_{0\parallel} + P'_{\parallel}, & P_{\perp} &= P_{0\perp} + P'_{\perp}, \\ S_{\parallel} &= S_{0\parallel} + S'_{\parallel}, & S_{\perp} &= S_{0\perp} + S'_{\perp}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

მცირე შეშფოთებების შემთხვევაში, როდესაც სამართლიანია პირობები: $V' \ll V_0$, $B' \ll B_0$, შესაძლებელია არაწრფივი წევრების უგულვებელყოფა და მიღებულ წრფივ განტოლებათა სისტემაში არამოდალური ანალიზის გამოყენება:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \iiint \psi(\mathbf{k}, \tau) \exp\left(ik_x \frac{x}{L} + ik_y(\tau) \frac{y}{L} + ik_z \frac{z}{L}\right) d^3\mathbf{k}, \quad (3.6)$$

სადაც შემოგვყავს შეშფოთებათა განზოგადოებული ვექტორები:

$$\Psi \equiv \left(j_\rho \frac{\rho'}{\rho_0}, \frac{P'_\parallel}{P_{\parallel 0}}, \frac{P'_\perp}{P_{\perp 0}}, \frac{S'_\parallel}{P_{\parallel 0}}, \frac{S'_\perp}{P_{\perp 0}}, \frac{\mathbf{V}'}{V_A}, \frac{\mathbf{B}'}{B_0} \right), \quad (3.7)$$

$$\psi \equiv (ij_\rho \rho, ip_\parallel, ip_\perp, is_\parallel, is_\perp, \mathbf{v}, i\mathbf{b}). \quad (3.8)$$

კუმშვადობის ეფექტის აღსანიშნად გამოყენებულია ერთეულოვანი ინდექსი j_ρ , რომელიც უკუმშვადი პლაზმისათვის 0-ის ტოლია. აღნიშნული წრფივი შეშფოთებების გამოყენებით ვღებულობთ სისტემას, რომელიც აღწერს წრფივი შეშფოთებების ევოლიუციას ანიზოტროპულ წანაცვლებით დინებებში:

$$\frac{dv_x(\tau)}{d\tau} = Rv_y(\tau) - \beta_\perp \frac{k_\perp^2}{k_x} p_\perp(\tau) - \frac{\Delta\beta k_x^2 + k^2}{k_x} b_x(\tau), \quad (3.9)$$

$$\frac{dv_y(\tau)}{d\tau} = \beta_\perp k_y p_\perp(\tau) + k_y b_x(\tau) - (1 + \Delta\beta) k_x b_y(\tau), \quad (3.10)$$

$$\frac{dp_\perp(\tau)}{d\tau} = k_x v_x(\tau) + Rb_y(\tau) - k_x s_\perp(\tau) + iq_\perp \alpha k_x b_x(\tau), \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{ds_\parallel(\tau)}{d\tau} = & -\frac{3iq_\parallel}{2} k_x v_x(\tau) + 6Rv_y(\tau) - 3\beta_\perp \frac{k_\perp^2}{k_x} p_\perp(\tau) - \\ & -3 \frac{2\Delta\beta k_x^2 + k^2}{k_x} b_x(\tau) - \frac{3iq_\parallel}{2} Rb_y(\tau), \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\frac{ds_\perp(\tau)}{d\tau} = \beta_\parallel k_x p_\perp(\tau) + \Delta\beta k_x b_x(\tau), \quad (3.13)$$

$$\frac{db_x(\tau)}{d\tau} = Rb_y(\tau) + k_x v_x(\tau), \quad (3.14)$$

$$\frac{db_y(\tau)}{d\tau} = k_x v_y(\tau), \quad (3.15)$$

სადაც, სიმარტივისთვის შემოყვანილია შემდეგი აღნიშვნები:

$$\begin{aligned} k_\perp^2 &= k_y^2 + k_z^2, \\ k^2 &= k_x^2 + k_\perp^2, \\ \Delta\beta &\equiv \beta_\perp - \beta_\parallel. \end{aligned} \quad (3.16)$$

აქ, k უგანზომილებო ტალღური ვექტორია და τ უგანზომილებო დროის პარამეტრია. ამ შემთხვევაში $\gamma_\parallel \neq \gamma_\perp$, შესაბამისად $q_\parallel/q_\perp = \alpha^{3/2}$.

აღნიშნავთ, რომ (3.9-3.11) განტოლებების ამ ფორმის მისაღებად გამოყენებულია უკუმშვადობის პირობაც (განტოლება 3.4). აქ შემდგომი ანალიზისათვის ვირჩევთ პერპენდიკულარულ წვეწვანის შემფოთების კომპონენტს p_{\perp} . პარალელური წვეწვანის შემფოთება შეიძლება მიღებულ იქნას შემდეგი პირობიდან: $d/d\tau(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) = 0$.

საინტერესოა, რომ (3.9-3.11) ან (3.13-3.15) განტოლებებიდან არც ერთი არ შეიცავს პარალელური სითბური ნაკადის შემფოთებას (s_{\parallel}) და პარალელური სითბური ნაკადის პარამეტრს (q_{\parallel}). აქედან გამომდინარე, აღნიშნული მიახლოების ფარგლებში, მოცემული დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა (3.9-3.15) შეგვიძლია გავყოთ ორ ნაწილად: პარალელური სითბური ნაკადის შემფოთების განტოლება და დანარჩენი შემფოთებების განტოლებები (იხ. განტოლება (3.12)). შესაბამისად, ამ გაყოფის შემდგომ, ჩვენს ანალიზში მხოლოდ პერპენდიკულარული სითბური ნაკადის პარამეტრზე გაკეთდება აქცენტი.

3.3 შლანგური არამდგრადობა სტატიკურ შემთხვევაში

ნულოვანი წანაცვლების მიახლოებაში ($R = 0$), შეგვიძლია გამოვიყენოთ წრფივი შემფოთებების სპექტრული გაშლა დროში, $\propto \exp(i\omega\tau)$ და მივიღოთ შემდეგი, უკუმშვადი დინების დისპერსიული განტოლება ანიზოტროპული მჰდ სისტემისთვის:

$$\omega [\omega^2 - c_F^2 k_x^2] D_{tm}(\mathbf{k}, \omega) = 0, \quad (3.17)$$

სადაც შემოგვაქვს ახალი პარამეტრი- c_F^2 - ეგრეწოდებული შლანგური მოდის სიჩქარე:

$$c_F^2 \equiv 1 + \Delta\beta, \quad (3.18)$$

ხოლო:

$$D_{tm}(\mathbf{k}, \omega) \equiv \omega^4 - [(c_F^2 + \beta_{\parallel})k^2 + \beta_{\parallel}(j_s - 1)k_x^2]\omega^2 + \alpha\beta_{\perp}q_{\perp}k_x k_{\perp}^2 \omega + [c_F^2 k^2 + (1 - \alpha^2)\beta_{\parallel}k_{\perp}^2] j_s \beta_{\parallel} k_x^2. \quad (3.19)$$

განტოლება 3.17 გვაძლევს 3 ტიპის ამონახსნს:

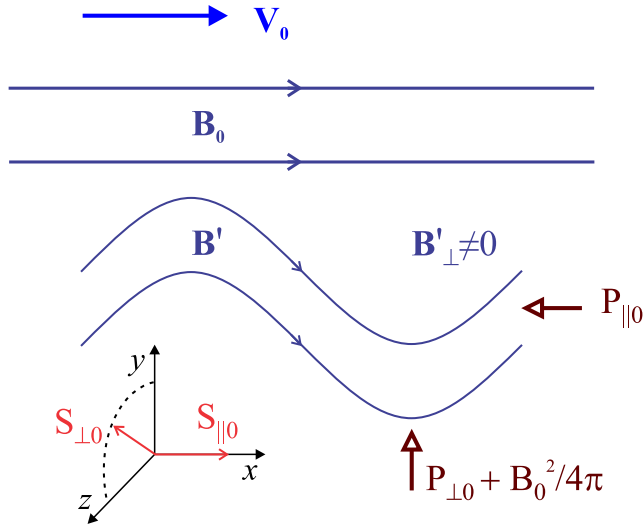
1) $\omega = 0$ - აპერიოდული მოდა, რომელიც შეესაბამება პირობას: $dW/d\tau = 0$.

ამ შემთხვევას დაწვრილებით განვიხილავთ შემდეგ თავში.

2) $\omega^2 = c_F^2 k_x^2$ - კლასიკური გასწვრივი შლანგური მოდა.

ვინაიდან და რადგანაც ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე:

$$\omega_{F\pm} = \pm c_F k_x. \quad (3.20)$$



სურათი 3.1: შლანგური არამდგრადობის სქემატური ილუსტრაცია მაგნიტურ ველის გასწვრივ დინებაში. არამდგრადობა ვითარდება, როცა ველის პერპენდიკულარული წნევა ($P_{0\perp} + B_0^2/4\pi$) არ აღემატება გასწვრივ წნევას ($P_{||}$) და $c_F^2 < 0$. ამ დროს, მაგნიტური ველის დეფორმირება განივად (ე.წ. ალფენური დეფორმაციები) ექსპონენციურად იზრდება დროში. ილიუსტრაციის ქვედა მარცხენა კუთხეში ნაჩვენებია სითბური ნაკადების ორიენტაცია მაგნიტურ ველთან მიმართებაში (მაგნიტური ველი მიმართულია x ღერძის გასწვრივ).

ერთგვაროვან დინებაში, სითბური ნაკადები ($S_{||}, S_{\perp}$) არ მოქმედებენ არამდგრადობაზე. წრფივი შეშფოთებების ზრდა აღიწერება ω_{F+} -ით ან ω_{F-} -ით, იმისდან მიხედვით, თუ რა ნიშნისაა გასწვრივი ტალღური რიცხვი (k_x). შესაბამისად, მდგრადობის პირობა შლანგური არამდგრადობისთვის ($c_F^2 < 0$) შეიძლება იყოს მოცემული პარალელური და პერპენდიკულარული, პლაზმის ბეჭა პარამეტრების შემდეგი თანაფარდობით:

$$\beta_{||} > 1 + \beta_{\perp} . \tag{3.21}$$

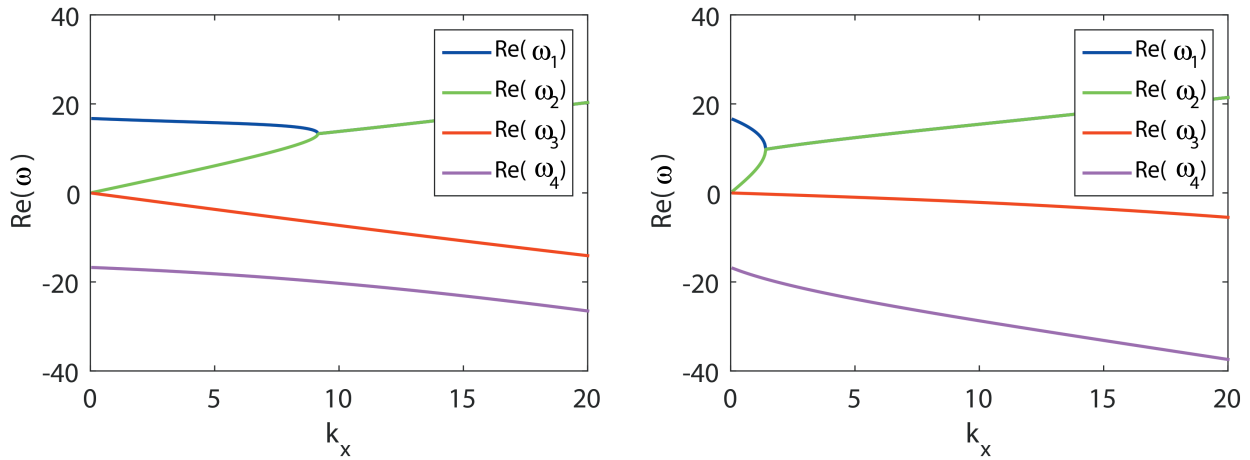
ამ კლასიკური მიკროსკოპული მჰდ არამდგრადობის მექანიზმი ილიუსტრირებულია 3.1 სურათზე. მაგნიტური ველის განივი შეშფოთებები ($B'_{\perp} \neq 0$) შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც მაგნიტური ველის გასწვრივი სტრუქტურის კინკ შეშფოთებები. ამ შეშფოთებების განვითარების შედეგი დამოკიდებულია პარალელური/პერპენდიკულარული წნევისა და მაგნიტური ველის ჯამურ ეფექტზე. თუ პერპენდიკულარული წნევა უფრო მცირეა ვიდრე პარალელური და თუ მაგნიტური ველის წნევაც ვერ აკომპენსირებს კინკ დეფორმაციას, შეშფოთებები იზრდებიან და ვითარდება არამდგრადობა.

3) (3.17) განტოლების ამონახსნების შემდეგი წყვილი- ორი თერმო-მაგნიტური მოდა - აღიწერება განტოლებით: $D_{tm}(\mathbf{k}, \omega) = 0$ (დეტალურად იხილეთ დანართი B-ში).

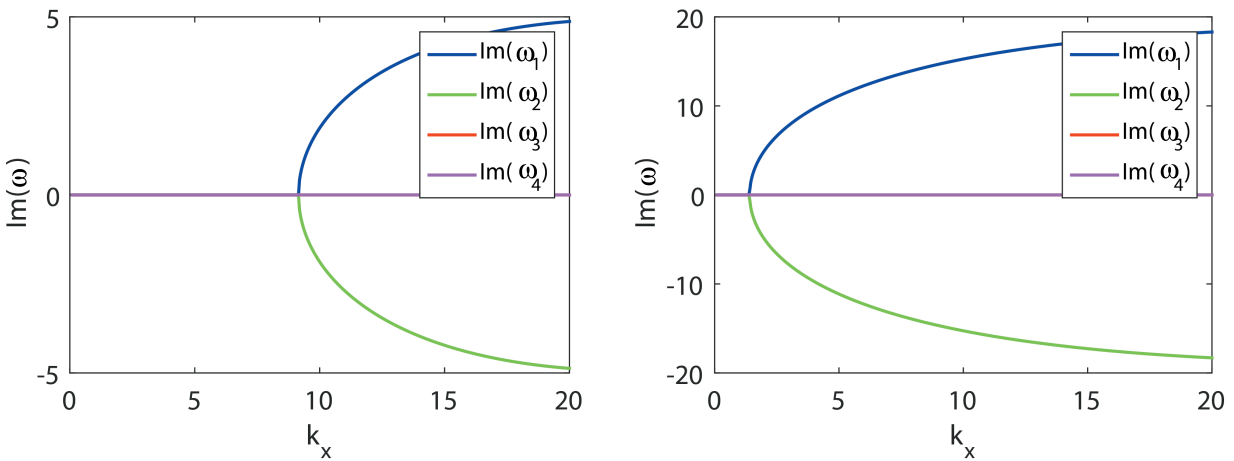
ისინი აღწერენ დაბალი სიხშირის უკუმშვად მოდებს, რომლებმაც განიცადეს მოდიფიკაცია სითბური ნაკადებით. როგორც ჩანს, სტატიკურ შემთხვევაში ეს მოდები არ მოქმედებენ შლანგურ მოდებზე.

სითბური ნაკადების არ არსებობის შემთხვევაში ($q = j_s = 0$), D_{tm} იღებს შემდეგ სახეს:

$$\omega^2 \{ \omega^2 - [c_F^2 k^2 + \beta_{||} k_{\perp}^2] \} = 0, \tag{3.22}$$



სურათი 3.2: დისპერსიული განტოლების ამონახსნების ნამდვილი ნაწილის - $\text{Re}(\omega)$ -ს დამოკიდებულება გასწვრივ ტალღურ რიცხვზე (k_x), ნულოვანი წანაცვლების მიახლოებაში: $R = 0$, $c_F^2 = 0.4$, $k_y = 10$, $k_z = 10$, $\beta_{\parallel} = 1$. მარცხნივ ნაჩვენებია შემთხვევა $q_{\parallel} = 1$, ხოლო მარჯვნივ - $q_{\parallel} = 10$.



სურათი 3.3: დისპერსიული განტოლების ამონახსნების წარმოსახვითი ნაწილის - $\text{Im}(\omega)$ -ის დამოკიდებულება გასწვრივ ტალღურ რიცხვზე (k_x), ნულოვანი წანაცვლების მიახლოებაში: $R = 0$, $c_F^2 = 0.4$, $k_y = 10$, $k_z = 10$, $\beta_{\parallel} = 1$. მარცხნივ ნაჩვენებია შემთხვევა $q_{\parallel} = 1$, ხოლო მარჯვნივ - $q_{\parallel} = 10$. სურათი გვიჩვენებს წრფივ შემფოტებათა სპექტრში ექსპონენციალურად მდგრადი და არამდგრადი ამონახსნების არსებობას.

რაც გვაძლევს შემდეგნაირ ამონახსნებს:

$$\omega^2 = 0 \quad (3.23)$$

$$\omega = \pm [c_F^2 k^2 + \beta_{\parallel} k_{\perp}^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.24)$$

3.4 შლანგური არამდგრადობა არაერთგვაროვან დინებებში

წანაცვლებით დინებებში ($R \neq 0$) წრფივი შეშფოთებების დინამიკა აღიწერება (3.9-3.15) განტოლებების საშუალებით. დაბალსიხშირულ ზღვარში, შეშფოთებების ჰარმონიკების დროში ცვლილების აღსაწერად, შეგვიძლია გამოვიყენოთ შემდეგი მიახლოება:

$$\frac{d\psi(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} \approx -i\omega\psi(\mathbf{k}, \tau), \quad (3.25)$$

გამოყენებული მიახლოება მსგავსია ადიაბატური ზღვარის, როდესაც დინების ფონური სიდიდეების დროში ცვლილება მიმდინარეობს, შეშფოთებების მახასიათებელ დროით მასშტაბებთან შედარებით, უფრო ხანგრძლივ დროით მასშტაბებზე ($R \gg 1$) და შესაძლებელია სიხშირის მსგავსი პარამეტრის შემოყვანა: $\omega(\tau)$ (რომელიც დაზუსტდება ქვემოთ). მსგავსი მიდგომა ფართოდ გამოიყენება ადიაბატურ მიახლოებაში, როდესაც სიხშირის ცვლილება გაცილებით ნელი პროცესია ვიდრე ის ოსცილაციები, რომლებსაც ეს სიხშირე აღწერს:

$$|\dot{\omega}(\tau)| \ll \omega^2(\tau), \quad (3.26)$$

ჩვენს შემთხვევაში, სიხშირის დროითი ვარიაციის (ან, არამდგრადობის შემთხვევაში - ზრდის ინკრემენტის) წყარო არის სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრი, რაც წანაცვლებით დინებაში იწვევს ტალღური რიცხვის ცვლილებას. ამ თვალსაზრისით, ახლახანს შემოტანილ $\omega(\tau)$ პარამეტრს უპრიანია ჰქონდეს ასეთი სახე:

$$\omega(\tau) = \omega(k_x, k_y(\tau), k_z), \quad (3.27)$$

შესაბამისად:

$$\dot{\omega} = \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \frac{\partial k_y(\tau)}{\partial \tau}, \quad (3.28)$$

და (3.28) განტოლების ჩასმით (3.26) პირობაში ვღებულობთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$|\omega^2| \gg \left| R k_x \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \right|. \quad (3.29)$$

ამ მიახლოებაში, წანაცვლებითი დინების განტოლება სისტემისთვის, ვიღებთ შემდეგ დისპერსიულ თანაფარდობას:

$$[\omega^2 - c_F^2 k_x^2] D_{tm}(\mathbf{k}, \omega) + i R k_x k_y D_R(\mathbf{k}, \omega) = 0, \quad (3.30)$$

სადაც

$$D_R(\mathbf{k}, \omega) \equiv (1 + \beta_{\perp})\omega^2 - \alpha\beta_{\perp}q_{\perp}k_x\omega + (\beta_{\perp}^2 - \beta_{\parallel}\beta_{\perp} - \beta_{\parallel})k_x^2 \quad (3.31)$$

გვიჩვენებს სტანდარტული დისპერსიული განტოლების მოდიფიკაციას. წარმოდგენილი (3.30) განტოლებიდან ნათელია სიჩქარის წანაცვლების ზეგავლენა შლანგურ არამდგრადობაზე. ერთგვაროვან დისპერსიისგან განსხვავებით, შლანგური არამდგრადობისას, ამონახსნები დამოკიდებულია ხდებიან როგორც სიჩქარის წანაცვლებაზე - R , ასევე სითბური ნაკადის პარამეტრზე - q_{\perp} .

გარდა ამისა, სიჩქარის წანაცვლების ეფექტს შეიძლება მოყვეს ზრდის პარამეტრის ასიმეტრია (იხ. (3.30) განტოლების ბოლო წევრი). მეტიც, შესაძლოა მოხდეს ამ განტოლებით აღწერილი მოდების ბმაც: ამ დროს, შლანგური არამდგრადობასა და მკვლევარის შორის შესაძლოა ადგილი ჰქონდეს დაბალ-სიხშირულ რეზონანსს. მსგავსი ეფექტები ნაპოვნია CGL მიახლოების ფარგლებში [24], სადაც ნახვენებია, რომ წრფივი მოდების რეზონანსული ბმა, შესაძლოა განხორციელდეს დინების წანაცვლების არც თუ ისე დიდი მნიშვნელობებისათვის. აღნიშნულ ნაშრომში, განხილული არაა წრფივი მოდების რეზონანსული ბმა, სითბური ნაკადების არსებობის შემთხვევაში, არამედ ნახსენებია მხოლოდ კონცეპტუალურ დონეზე - მომავალი კვლევების მიმართულების განსასაზღვრად.

შლანგურ არამდგრადობაზე დინების წანაცვლებისა და სითბური ნაკადების ერთდროულად მოქმედების შესასწავლად შემოგვყავს წონასწორული ამონახსნიდან (3.20) გადახრა შემდეგი ფორმით:

$$\omega = \omega_{F\pm} + R\omega_{1\pm} . \quad (3.32)$$

ეს მიახლოება, ძალიან ეფექტურად გამოიყენება მცირე წანაცვლების ზღვარში, როდესაც $R < 1$, ანუ, როცა წანაცვლების დროითი მასშტაბი ბევრად აღემატება ალენის ტალღის დროით მასშტაბებს. (3.32) განტოლების ჩასმით (3.29) პირობაში და იმის აღვნიშნით, რომ შლანგური მოდის სიხშირე - $\omega_{F\pm}$ არ არის დამოკიდებული k_y -ზე, ვლებულობთ ადიაბატური მიახლოების გამოყენების პირობას:

$$|\omega^2| \gg R^2 \left| k_x \frac{\partial \omega_{1\pm}}{\partial k_y} \right| . \quad (3.33)$$

მცირე წანაცვლების მიახლოებაში, (3.32) განტოლების (3.30) განტოლებაში ჩასმით და შემდეგ R^2 -ზე მაღალი რიგის წევრების უგულებელყოფით, შესაძლებელია $\omega_{1\pm}$ -თვის შემდეგი მეორე რიგის დისპერსიული განტოლების მიღება:

$$RA_{\pm}\omega_{1\pm}^2 + (B_{\pm} + iRC_{\pm})\omega_{1\pm} + iE_{\pm} = 0 , \quad (3.34)$$

სადაც

$$A_{\pm} = 4c_F^2(c_F^2 - \beta_{\parallel})k_x^2 + (3\Delta_{\pm} - 2(1 + 2\beta_{\perp}))k_{\perp}^2 , \quad (3.35)$$

$$B_{\pm} = 2\omega_{F\pm}\Delta_{\pm}k_{\perp}^2 , \quad (3.36)$$

$$C_{\pm} = (1 + 2\beta_{\perp} - 2\Delta_{\pm})k_xk_y , \quad (3.37)$$

$$E_{\pm} = -\omega_{F\pm}\Delta_{\pm}k_xk_y , \quad (3.38)$$

და

$$\Delta_{\pm} = \pm c_F \alpha \beta_{\perp} q_{\perp} + (1 - c_F^2)(1 + 2\beta_{\perp}) - c_F^2 . \quad (3.39)$$

(3.32) განტოლების ამონახსნი უნდა ემთხვეოდეს სტანდარტულ შლანგურ ამონახსნს ნულოვანი წანაცვლების მიახლოებაში:

$$\omega(R=0) = \omega_{F\pm} .$$

ეს გვაძლევს პირობას, რომელს უნდა აკმაყოფილებოდეს წანაცვლებითი დინების R შესწორება/დამატება:

$$\lim_{R \rightarrow 0} (R\omega_{1\pm}) = 0 . \quad (3.40)$$

აქედან გამომდინარე, ორი ამონახსნიდან, რომელსაც გვაძლევს დაყვანილი დისპერსიული (3.34) განტოლება, შეგვიძლია ამოვარჩიოთ ის ერთი, რომელიც აკმაყოფილებს ასიმპტოტურ პირობას (3.40):

$$\omega_{1\pm} = \frac{B_{\pm} + iRC_{\pm}}{2RA_{\pm}} \left[-1 + \left(1 - \frac{4iRA_{\pm}E_{\pm}}{(B_{\pm} + iRC_{\pm})^2} \right)^{1/2} \right] . \quad (3.41)$$

მცირე წანაცვლების მიახლოების ($R < 1$) გამოყენებით, შეგვიძლია გამოვყოთ (3.41) ამონახსნის ნამდვილი და კომლექსური ნაწილები - არამდგრადი, ნეიტრალური და მდგრადი შლანგური მოდებისთვის:

$$\omega = \pm c_F k_x + \delta_{1\pm} + i\sigma_{1\pm} \quad c_F^2 > 0 , \quad (3.42)$$

$$\omega = 2i\sigma_A \quad c_F^2 = 0 , \quad (3.43)$$

$$\omega = (\sigma_A + \delta_{2\pm}) + i(\pm|c_F|k_x + \sigma_{2\pm}) \quad c_F^2 < 0 , \quad (3.44)$$

სადაც

$$\sigma_A \equiv R \frac{k_x k_y}{2k_{\perp}^2} . \quad (3.45)$$

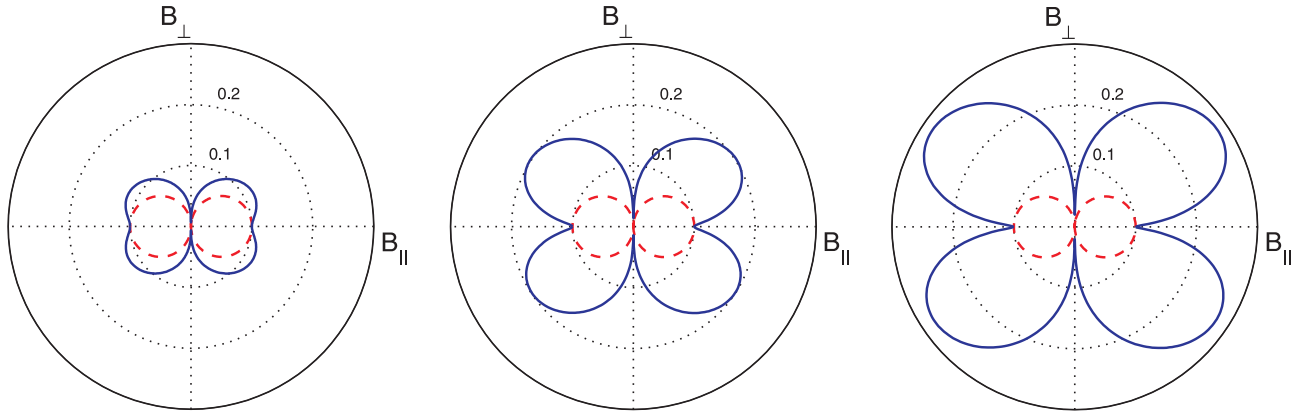
აღწერს წანაცვლებითი დინების მიერ გამოწვეულ შემფოთებების გარდამავალ (ტრანზიენტულ) ზრდას, ხოლო ამონახსნები $\delta_{1\pm}$, $\delta_{2\pm}$, $\sigma_{1\pm}$, $\sigma_{2\pm}$ ცხადი სახით დანართ C -ში.

(3.42-3.44) განტოლებებში მიღებული შედეგების გამოყენებადობის ხარისხი დამოკიდებულია ადიაბატური მიახლოების ფარგლებზე (იხ. განტოლება (3.33)); ამასთან, უნდა სრულდებოდეს პირობა: $\omega^2 > R^2$.

(3.42-3.44) განტოლებებით წარმოდგენილი ანალიზური ამონახსნა საშუალებას იძლევა, შლანგურ არამდგრადობაზე სხვადასხვა ფიზიკური ფაქტორებისა და პარამეტრების ზეგავლენის დანახვის (გამოგვეკვითის).

(3.4) სურათზე ნაჩვენებია დინებების არამდგრადობის ზრდის ტემპი სტატიკურ და წანაცვლების პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობის შემთხვევაში. როგორც (3.37) განტოლებიდან ჩანს, სიჩქარის წანაცვლების ეფექტი უმნიშვნელოა $k_y = 0$ ან/და $k_x = 0$ შემთხვევებში. შესაბამისად, სიჩქარის წანაცვლება, არამდგრადობის ზრდის ტემპის გაზრდის თვალსაზრისით, განსაკუთრებით ეფექტურია იმ შემფოთებებისთვის, რომლის ტალღური ვექტორი დახრილია მაგნიტური ველის მიმართ.

(3.5) სურათზე ნაჩვენებია არამდგრადობის ზრდის ტემპი სტატიკური და წანაცვლებითი დინებებისთვის, ვერტიკალური ტალღური რიცხვის სხვადასხვა მნიშვნელობის შემთხვევაში. როგორც ჩანს, სიჩქარის წანაცვლების ეფექტი ყველაზე ძლიერია იმ ერთგვაროვანი შემ-



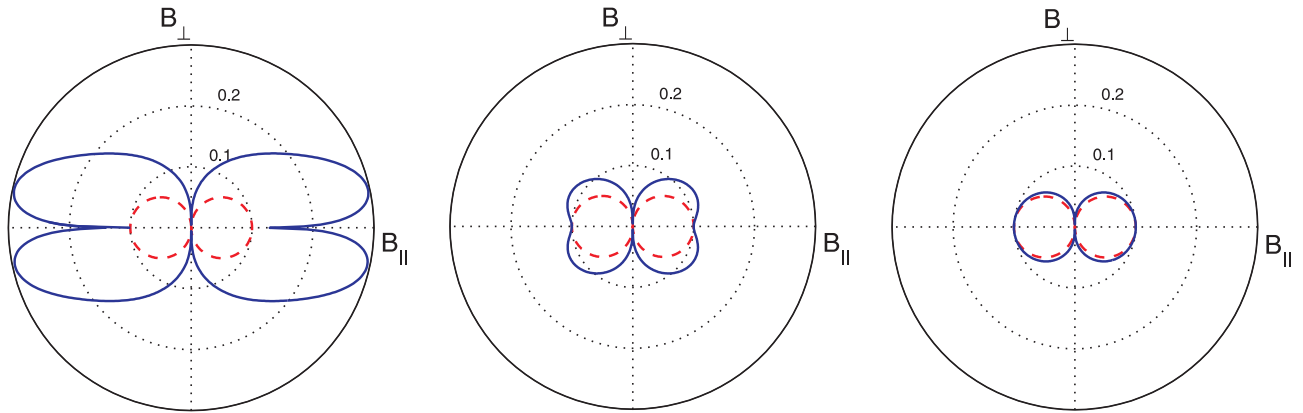
სურათი 3.4: ნახვენებია შლანგური არამდგრადობის ზრდის ინკრიმენტის დამოკიდებულება ტალღურ ვექტორსა და მაგნიტურ ველს შორის კუთხეზე (ϕ), წანაცვლების სიბრტყეში: $k_x = k_0 \cos(\phi)$ და $k_y = k_0 \sin(\phi)$, სადაც $k_0 = 1$. მოცემულ ნახაზზე $\alpha = 0.5, \beta_{\parallel} = 2, q_{\perp} = 0.2, k_z = 1, c_F^2 = -0.01$ და $R = 0.05, 0.2, 0.4$. ჰორიზონტალური ღერძი ავიღეთ მაგნიტური ველის პარალელურად, შესაბამისად ვერტიკალური ღერძი მიმართულია მაგნიტური ველის პერპენდიკულარულად. გრაფიკები წითელი წყვეტილი ხაზებით გვიჩვენებს არამდგრადობის ზრდის ტემპს სტატიკური შემთხვევისთვის ($R = 0$), ხოლო ლურჯი ხაზებიან გრაფიკებზე ნახვენებია სიჩქარის წანაცვლების მოდიფიკაციები. როგორც ჩანს, დახრილი შემფოწანაცვლების ($\phi \sim \pi/4$), პარამენტრის ზრდა იწვევს უფრო ძლიერ არამდგრადობებს.

ფოტოებისთვის, რომლებისთვის $k_z = 0$. არამდგრადობის ზრდის ტემპის ყველაზე ეფექტურად მზარდია შემფოტოებისთვის, რომელთა მიმართულება პარალელურობასთან ახლოსაა და $k_x/k \lesssim 1$.

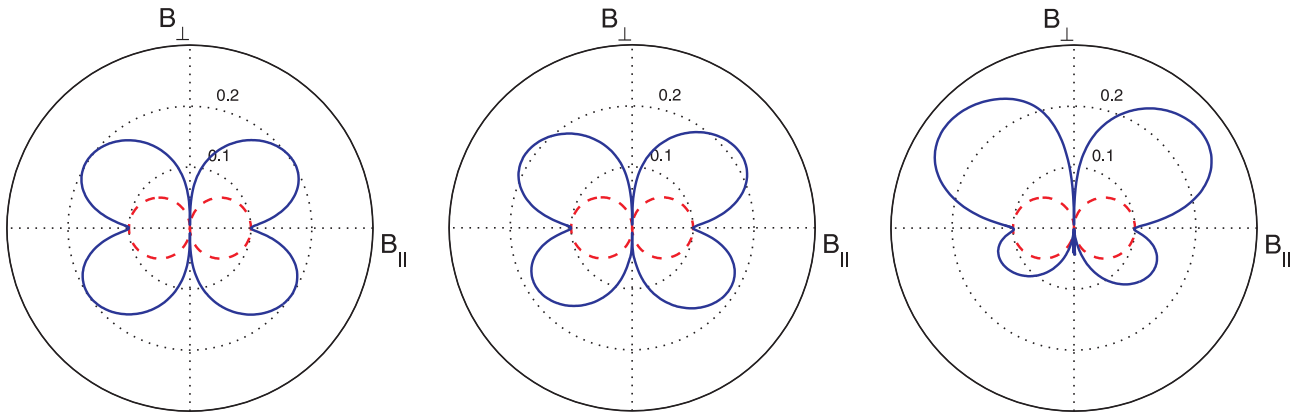
სურათი 3.6 გვიჩვენებს სითბურ ნაკადებიან დინებებში არამდგრადობის ზრდის ტემპს, სითბური ნაკადების პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობების შემთხვევაში. საინტერესოა, რომ წანაცვლების სიჩქარის და სითბურ ნაკადების კომბინირებულ (ერთდროულ) მოქმედებას, ტალღური რიცხვების სიგრძეში ოპერირებისას, შემოჰყავს შლანგური არამდგრადობის ზრდის ასიმეტრია: შემფოტოები, რომელთა განივი კომპონენტი მიმართულია სიჩქარის წანაცვლების მიმართულებით ($k_y > 0$), იზრდებიან, ხოლო შემფოტოები, რომელთა ტალღური ვექტორი მიმართულია საპირისპირო მიმართულებით ($k_y < 0$), მიიღვივან. შედარებით სუსტი ასიმეტრია შემოდის დინების გასწვრივი მიმართულებით: შემფოტოები $k_x > 0$ არეში იზრდებიან უფრო ძლიერად, ვიდრე $k_x < 0$ არეში.

და ბოლოს, 3.7 სურათი გვიჩვენებს არამდგრადობის ზრდის ტემპს, შლანგური არამდგრადობის პარამეტრის (c_F^2) სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის. სიჩქარის წანაცვლების ზეგავლენა ყველაზე ძლიერია სუსტად არამდგრადი შემფოტოებისთვის; და პირიქით: ძლიერი შლანგური არამდგრადობის პროცესები თითქმის არ განიცდის სიჩქარის წანაცვლების ცვლილებების ზეგავლენას.

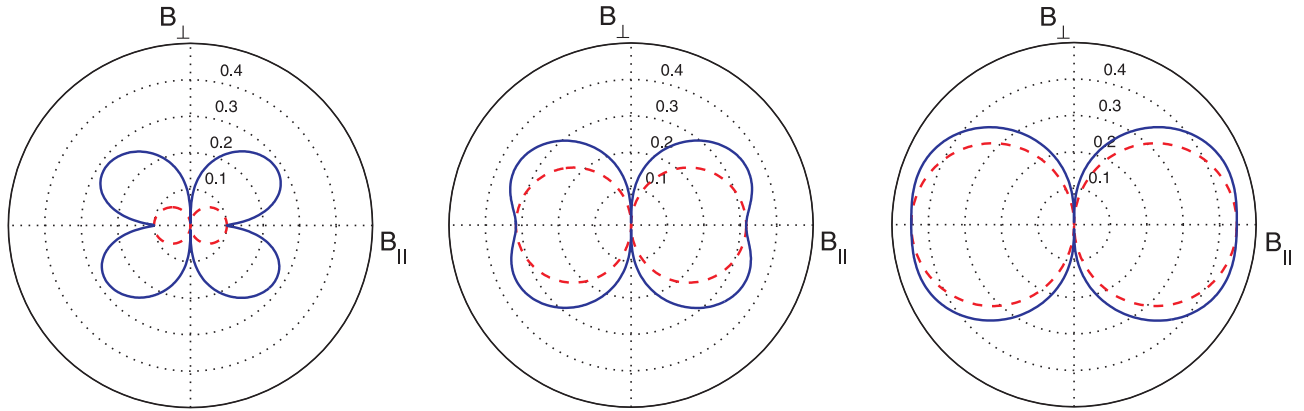
როგორც ჩანს, დაბალსიხშირული მკვდ პროცესებისას, ანიზოტროპული ნაკადები, რომლებიც სუსტად არამდგრადია შლანგური შემფოტოების თვალსაზრისით, შეიძლება მნიშვნე-



სურათი 3.5: ნაჩვენებია შლანგური არამდგრადობის ზრდის ინკრიმენტის დამოკიდებულება ტალღურ ვექტორსა და მაგნიტურ ველს შორის კუთხეზე ϕ . მოცემულ ნახაზზე $\alpha = 0.5, \beta_{\parallel} = 2, q_{\perp} = 0.2, c_F^2 = -0.01, R = 0.05, k_z = 0, 1, 2$. აღმოჩნდა, რომ სიჩქარის წანაცვლების ეფექტი ყველაზე ძლიერად ვლინდება ვერტიკალურად ერთგვაროვანი შემფოთებებისთვის ($k_z = 0$), ხოლო მცირე მასშტაბის შემფოთებებისთვის ($k_z > 1$), შესაძლებელია მისი უგულვებელყოფაც.



სურათი 3.6: ნაჩვენებია შლანგური არამდგრადობის ზრდის ინკრიმენტის დამოკიდებულება ტალღურ ვექტორსა და მაგნიტურ ველს შორის კუთხეზე ϕ . სადაც $\alpha = 0.5, \beta_{\parallel} = 2, k_z = 1, c_F^2 = -0.01, R = 0.2, q_{\perp} = 0.2, 2, 10$. როგორც ჩანს, წანაცვლებით დინებებში, სითბური ნაკადის პარამეტრის (q_{\perp}) ზრდა იწვევს არამდგრადობის ასიმეტრიას.



სურათი 3.7: ნახვენებია შლანგური არამდგრადობის ზრდის ინკრიმენტის დამოკიდებულება ტალღურ ვექტორსა და მაგნიტურ ველს შორის კუთხეზე ϕ , სადაც $\alpha = 0.5, k_z = 1, R = 0.4, c_F^2 = -0.01, -0.1, -0.2$. სიჩქარის წანაცვლების ეფექტის ზეგავლენა ყველაზე მკვეთრად გამოხატულია სუსტად არამდგრადი შემთხვევებისთვის. მეორე მხრივ, შლანგური არამდგრადობის ზრდის ტემპი უფრო მცირეა, ვიდრე სიჩქარის წანაცვლების პარამეტრი: $\sigma^2 < R^2$. შესაბამისად, ანალიზური ამოხსნის შედეგები, რომელიც მიღებულია ადიაბატურ მიახლოებაში, ამ შემთხვევაში არ გამოდგება.

ლოვნად მოდიფიცირდეს, როგორც წანაცვლებითი სიჩქარის, ასევე სითბური ნაკადების მიერ.

პარალელური შლანგური არამდგრადობა იძენს წანაცვლებითი დინების მიმართ განივ კომპონენტს და შესაბამისად, განიცდის სითბური ნაკადების ზემოქმედებას. შედეგები გვიჩვენებენ, რომ შესაძლებელია მკვდ ფლუქტუაციების დაკვირვებითი თვისებების მნიშვნელოვანი ცვლილება, ანიზოტროპული დინების იმ უბნებში, სადაც სიჩქარის წანაცვლება დიდია.

3.5 დასკვნა

გაუხშობელი ანიზოტროპული დამაგნიტებული გარემოს შემთხვევაში - მზისა და ვარსკვლავების ქარებში სიჩქარის წანაცვლებისა და სითბური ნაკადების კომბინირებული ეფექტმა შეიძლება გამოიწვიოს ტურბულენტობის დამატებითი წყაროების გაჩენა და დინების ანომალური გაცხელება. შლანგური არამდგრადობა იწვევს ტურბულენტობის გაძლიერებას (ინტენსიფიკაციას) ანიზოტროპულ მკვდ დინებებში. ამ თვალსაზრისით, ხანგრძლივი ფლუქტუაციები შეიძლება დაიკვირვებოდეს მზის ქარის იმ არეებში, სადაც სხვა კლასიკური მაკროსკოპული არამდგრადობების განხორციელების პირობები არ არსებობს. ამიტომაც, მზის ქარის ფლუქტუაციების დაკვირვებები შეიძლება ძლიერი ინსტრუმენტი აღმოჩნდეს ქარის ფიზიკური პირობების ანალიზისთვის. მართლაც, შლანგური არამდგრადობის ხასიათი იცვლება სიჩქარის წანაცვლებისა და სითბური ნაკადების ზემოქმედებით, რამაც შეიძლება გამოიწვიოს ნაკადის საწყისი ენერჯის ტურბულენტურ ფლუქტუაციებში გადასვლა; რასაც საბოლოო ჯამში, მიყვარათ ნაკადის გაცხელებამდე, რაც გამოწვეულია დისიპაციური ეფექტებით. ეს დისიპაციური ეფექტები, მზის/ვარსკვლავურ მოდელებში შეიძლება გათვალისწინებულ იქნენ

სტატისტიკურად დამტკიცებული მაკროსკოპული სითბური ტალღებისა და წნევის ცვლილებასთან დაკავშირებული სიდიდეების მეშვეობით ([58]). ასევე საინტერესოა ყურადღების გამახვილება შლანგური არამდგრადობის როლზე მცირემაშტაბოვანი ნაკადების დინამიკაში. მაგალითად, ასეთია მზის კორონალური ჭავლები, რომელთათვისაც კვაზი-ოსცილირებადი არეები ახლახანს იქნა დაკვირვებული გარკვეული ინტენსივობის ვარიაციების სახით ([59]), რაც შესაძლოა გამშვები მექანიზმის (ტრიგერის) როლს ასრულებდეს არამდგრადობის პროცესისთვის, რომელიც დაიკვირვება კორონალურ კაშკაშა წერტილებში.

ამ თავში მიღებული ანალიზური ამონახსნები შეიძლება განოყენებულ იქნან მზის ქარის ფლუქტუაციების თვისებების შესასწავლად. რა თქმა უნდა, ეს უნდა განხორციელდეს გამომავალი დინების ფიზიკური (გაზომვადი) პარამეტრების მნიშვნელობიდან გამომდინარე; ისეთების, როგორცაა სითბური ნაკადების პარამეტრები და აზიმუტალური წანაცვლებითი სიჩქარე გამომავალი დინების რადიალური მიმართულებით.

თავი 4

აპერიოდული სითბური ინვარიანტი და ანიზოტროპული დინების აჩქარება

ამ თავში ვიხილავთ სითბურ ნაკადებიან, უკუმშვად და ანიზოტროპულ მჰდ წანაცვლებით დინებებს.

ინვარიანტის მისაღებად გამოვიყენეთ წრფივი შემფოტებების ანალიზი და დავადგინეთ შესაბამისი საკუთარი ფუნქცია აპერიოდული ამონახსნისთვის.

ფიზიკური მოსაზრებიდან გამომდინარე, დისპერსიის (3.17) განტოლების $\omega = 0$ ამონახსნი აღწერს შემფოტების აპერიოდულ ევოლიუციას. კლასიკურ შემთხვევაში, ინვარიანტი ასოცირდება პოტენციური ცირკულაციის (potential vorticity) შენახვასთან [62], ჩვენს მიერ მიღებული ინვარიანტი კი - სითბურ ბალანსებთან.

ასტროფიზიკურ ქარებში ინვარიანტის შენახვა გამოიწვევს სითბური ენერჯის გადასვლას კინეტიკურ ენერჯიაში და გავრცელების გასწვრივ ქარის აჩქარებას.

ამოცანის ფიზიკური მოდელი აღწერილია 4.1 ქვეთავში. ქვეთავი 4.2 შეიცავს სითბური ინვარიანტის მიღებას. დინამიური სისტემის განზომილების შემცირება სტაციონალური განტოლებების გამოყენებით, წარმოდგენილია 4.3 ქვეთავში. ქვეთავი 4.4 წარმოადგენს ინვარიანტის სპექტრული ფორმის და ნეიტრალურ მდგრადობის პირობების მიღებას; ასევე, ქარის აჩქარების შესწავლას. ნეიტრალურ მდგრადობის შემთხვევა განხილულია 4.5 ქვეთავში, ხოლო ქვეთავი 4.6 წარმოადგენს მიმდინარე თავის შეჯამებას.

4.1 ფიზიკური მოდელი

უკუმშვადი ანიზოტროპული მჰდ სისტემა, სითბური ნაკადების არსებობის გათვალისწინებით წარმოდგენილია (1.10)-(1.13) და (3.1)-(3.4) განტოლებებით. ამასთან ვიხილავთ ნულოვანი წანაცვლებით მიახლოებას, რომელშიც აღნიშნული განტოლებების ერთობლიობა, შეიძლება ტენზორული სახით ჩაიწეროს ასე:

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi'_i = -\mathbf{L}_{ij} \psi'_j, \quad (4.1)$$

სადაც $\psi'_i = (V'_x, V'_y, V'_z, P'_\parallel, P'_\perp, S'_\parallel, S'_\perp, B'_x, B'_y, B'_z)$ და ინდექსის გამოვრება (j) გულისხმობს აინშტაინის აჯამვის წესის გამოყენებას; ხოლო

$$\mathbf{L}_{ij} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & C_\parallel^2 \frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot & \cdot & -C_\Delta^2 \frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_\perp^2 \frac{\partial}{\partial y} & \cdot & \cdot & V_A^2 \frac{\partial}{\partial y} & -C_F^2 \frac{\partial}{\partial x} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_\perp^2 \frac{\partial}{\partial z} & \cdot & \cdot & V_A^2 \frac{\partial}{\partial z} & \cdot & -C_F^2 \frac{\partial}{\partial x} \\ 3 \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & \cdot & \cdot & -\frac{\partial}{\partial x} & \cdot & -\alpha_1^2 Q_\parallel \frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial}{\partial x} & 2 \frac{\partial}{\partial y} & 2 \frac{\partial}{\partial z} & \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{\partial}{\partial x} & -\alpha Q_\perp \frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot \\ 2Q_\parallel \frac{\partial}{\partial x} & \frac{Q_\parallel}{2} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{Q_\parallel}{2} \frac{\partial}{\partial z} & 3j_s C_\parallel^2 \frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Q_\perp \frac{\partial}{\partial x} & Q_\perp \frac{\partial}{\partial y} & Q_\perp \frac{\partial}{\partial z} & \cdot & j_s C_\parallel^2 \frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot & j_s C_\Delta^2 \frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -\frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -\frac{\partial}{\partial x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

ამასთან

$$C_F^2 \equiv C_\perp^2 - C_\parallel^2 + V_A^2, \quad C_\Delta^2 \equiv C_\parallel^2 - C_\perp^2, \quad \alpha_1^2 \equiv \frac{1}{2} - \alpha^2, \quad Q_\parallel \equiv 2\gamma_\parallel C_\parallel, \quad Q_\perp \equiv 2\gamma_\perp C_\perp. \quad (4.3)$$

ტენზორული (4.1) განტოლებიდან, უკუმშვადობის პირობის გამოყენებით და მაგნიტური მონოპოლების არ არსებობიდან გამომდინარე, ვლებულობთ შემდეგნაირ კავშირს ცვლადების შორის:

$$C_\parallel^2 \frac{\partial^2 P'_\parallel}{\partial x^2} = -V_A^2 \Delta B'_x - C_\perp^2 \Delta_\perp P'_\perp, \quad (4.4)$$

რაც გვაძლევს საშუალებას შევამციროთ დინამიური სისტემის განზომილება:

$$\Psi'_i = (V'_x, V'_y, P'_\perp, S'_\parallel, S'_\perp, B'_x, B'_y)$$

შესაბამისად, (4.1) განტოლების ნაცვლად გვქვნება:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} \Psi'_i = \mathbf{N}_{ij} \Psi'_j, \quad (4.5)$$

სადაც

$$\mathbf{N}_{ij} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & C_\perp^2 \Delta_\perp & \cdot & \cdot & C_F^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_A^2 \Delta_\perp & \cdot \\ \cdot & \cdot & -C_\perp^2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & \cdot & \cdot & -V_A^2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & C_F^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{2} & \cdot & \cdot & -\frac{\partial^2}{\partial x^2} & \cdot & \alpha Q_\perp \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \cdot \\ -\frac{3Q_\parallel}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \cdot & 3j_s C_\perp^2 \Delta_\perp & \cdot & \cdot & 3j_s [V_A^2 \Delta + 2C_\Delta^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}] & \cdot \\ \cdot & \cdot & -j_s C_\parallel^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \cdot & \cdot & -j_s C_\Delta^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \cdot \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

და

$$\Delta_\perp \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \Delta_\perp.$$

4.2 სითბური ინვარიანტი

იმისათვის რომ ვიპოვოთ ინვარიანტის დიფერენციალური ფორმა ($W(\mathbf{r}, t)$), იგი შემოგვაქვს შემდეგი ზოგადი სახით:

$$W(\mathbf{r}, t) \equiv \mathbf{g}_i \Psi'_i(\mathbf{r}, t), \quad (4.7)$$

სადაც $i \equiv (v_x, v_y, p_\perp, s_\parallel, s_\perp, b_x, b_y)$,

ზოლოდ \mathbf{g} არის საპოვნელი კოეფიციენტები.

რადგანაც ინვარიანტის დროითი წარმოებული ნულის ტოლია, ვიღებთ $W(\mathbf{r}, t)$ -ს წარმოებულს t -თი:

$$\frac{\partial}{\partial t} W(\mathbf{r}, t) = \mathbf{g}_i \frac{\partial \Psi'_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (4.8)$$

და იმისათვის, რომ გამოვიყენოთ (4.5) განტოლებაში გამოყენებული გადასვლა, ასევე ვიღებთ x -ით წარმოებულსაც, რიც შემდეგაც გვაქვს:

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial t} W(\mathbf{r}, t) = \mathbf{g}_i \mathbf{N}_{ij} \Psi'_j(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (4.9)$$

რაც წარმოადგენს აპერიოდული ამონახსნის პირობას.

(4.9) განტოლებას ექნება არატრივიალური ამონახსნი, მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა $\det(\mathbf{N}_{ij}) = 0$. როგორც (4.5) განტოლებიდან ჩანს, \mathbf{N}_{ij} მატრიცას აქვს ნულოვანი სვეტი, ამიტომ: $\det(\mathbf{N}_{ij}) = 0$. ამ მიღებული პირობიდან გამომდინარე, განტოლებას (4.9) ექნება ასეთი ამონახსნები:

$$\mathbf{g}_{v_x} = -3j_s \left\{ (2C_F^2 - V_A^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - [\alpha(C_F^2 - V_A^2) - V_A^2] \Delta_\perp \right\}, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{g}_{s_\parallel} = C_F^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - [\alpha(C_F^2 - V_A^2) - V_A^2] \Delta_\perp, \quad (4.11)$$

$$\mathbf{g}_{s_\perp} = -3(C_F^2 - V_A^2) \alpha \Delta_\perp, \quad (4.12)$$

$$\mathbf{g}_{b_x} = 3\gamma_\parallel C_\parallel \left\{ C_F^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - [\alpha(C_F^2 - V_A^2) - V_A^2] \Delta_\perp \right\}, \quad (4.13)$$

$$\mathbf{g}_{v_y} = \mathbf{g}_{b_y} = \mathbf{g}_{p_\perp} = 0. \quad (4.14)$$

აქედან გამომდინარე, ჩვენი დროითი ინვარიანტი იქნება:

$$W(\mathbf{r}, t) = \left\{ C_F^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - [\alpha C_F^2 - (\alpha + 1)V_A^2] \Delta_\perp \right\} \left\{ S_\parallel(\mathbf{r}, t)' + \frac{3Q_\parallel}{2} B(\mathbf{r}, t)'_x \right\} - \quad (4.15)$$

$$-3(C_F^2 - V_A^2) \alpha \Delta_\perp S_\perp(\mathbf{r}, t)' - 3j_s \left\{ (2C_F^2 - V_A^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - [\alpha C_F^2 - (\alpha + 1)V_A^2] \Delta_\perp \right\} V_x(\mathbf{r}, t)',$$

კლასიკურ CGL მიახლოებაში, როცა უგულვებელყოფთ სითბურ ნაკადებს ($Q_\parallel \Rightarrow 0$ და $j_s \Rightarrow 0$), $W(\mathbf{r})$ ინვარიანტი დაიყვანება შემდეგ გამოსახულებაზე:

$$W(\mathbf{r}) = \left\{ C_F^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - [\alpha C_F^2 (\alpha + 1) V_A^2] \Delta_{\perp} \right\} S_{\parallel}(\mathbf{r}, t)' - 3(C_F^2 - V_A^2) \alpha \Delta_{\perp} S_{\perp}(\mathbf{r}, t)'. \quad (4.16)$$

განტოლება (4.16) წარმოადგენს სტაციონალურ სითბურ ინვარიანტს, რომელიც არ ასოცირდება პლაზმის გადატანასთან. ამ ტიპის ინვარიანტი ანალოგიურია ნეიტრალურ მბრუნავ გარემოში ნაპოვნი სითბური ინვარიანტისა (იხ. [61]). თუმცა, ამ შემთხვევაში ინვარიანტი ასოცირდება პოტენციური ცირკულაციის შენახვასთან, ამასთან მისი წარმოებული სითბურად სტრატიფიცირებულ გარემოში, ენტროპიის პროპორციულია. აქვე აღვნიშნოთ, რომ ზოგადად, სითბური ინვარიანტი წარმოადგენს სითბოს გრიგალური მოძრაობის შედეგს.

4.3 ინვარიანტის სპექტრული ფორმა

ინვარიანტის დიფერენციალური ფორმის მსგავსად, სპექტრულ ფორმასაც ვეძებთ შემდეგიც ზოგადი სახით:

$$w(\mathbf{k}, \tau) \equiv f_{v_x} v_x(\mathbf{k}, \tau) + f_{v_y} v_y(\mathbf{k}, \tau) + f_{p_{\perp}} p_{\perp}(\mathbf{k}, \tau) + f_{s_{\parallel}} s_{\parallel}(\mathbf{k}, \tau) + f_{s_{\perp}} s_{\perp}(\mathbf{k}, \tau) + f_{b_x} b_x(\mathbf{k}, \tau) + f_{b_y} b_y(\mathbf{k}, \tau), \quad (4.17)$$

სადაც $f_{v_x}, f_{v_y}, f_{\perp}, f_{s_{\parallel}}, f_{s_{\perp}}, f_{b_x}, f_{b_y}$ - საპოვნელი კოეფიციენტებია. რადგანაც ინვარიანტის დროითი წარმოებული ნულის ტოლია, ვიღებთ $w(\mathbf{k}, \tau)$ -ს წარმოებულს τ -ით:

$$\begin{aligned} \frac{dw(\mathbf{k}, d\tau)}{d\tau} = & f_{v_x} \frac{dv_x(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} + f_{v_y} \frac{dv_y(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} + f_{p_{\perp}} \frac{dp_{\perp}(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} + f_{s_{\parallel}} \frac{ds_{\parallel}(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} + f_{s_{\perp}} \frac{ds_{\perp}(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} + \\ & + f_{b_x} \frac{db_x(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} + f_{b_y} \frac{db_y(\mathbf{k}, \tau)}{d\tau} = 0. \end{aligned} \quad (4.18)$$

(4.18) განტოლებაში წარმოებულიანი წევრების გამორიცხვას ვახდენთ (3.9)-(3.15) განტოლების გამოყენებით. მიღებული მრავალცვლადიანი განტოლების ამონახსნს წარმოადგენს მისი შემადგენელი თითოეული ცვლადის წინ არსებული კოეფიციენტების ნულთან ტოლობა, რაც გვაძლევს ტოლობებს, რომელთა ამონახსნებია (ინვარიანტთა კოეფიციენტები):

$$f_{v_x} = -3j_s \{ [\alpha(c_F^2 - 1) - 1] k_{\perp}^2 - (2c_F^2 - 1) k_x^2 \}, \quad (4.19)$$

$$f_{s_{\parallel}} = [\alpha(3\alpha + 1)(c_F^2 - 1) - 1] k_{\perp}^2 - c_F^2 k_x^2, \quad (4.20)$$

$$f_{s_{\perp}} = 3\alpha(c_F^2 - 1) k_{\perp}^2, \quad (4.21)$$

$$f_{b_x} = \frac{3}{2} q_{\parallel} \{ [\alpha(3\alpha + 1)(c_F^2 - 1) - 1] k_{\perp}^2 - c_F^2 k_x^2 \}, \quad (4.22)$$

$$f_{v_y} = f_{b_y} = f_{p_{\perp}} = 0. \quad (4.23)$$

შესაბამისად, ჩვენი ინვარიანტის სპექტრული ფორმა იქნება შემდეგნაირი:

$$w(\mathbf{k}) = \{ [\alpha(c_F^2 - 1) - 1] k_{\perp}^2 - c_F^2 k_x^2 \} \{ s_{\parallel} + \frac{3}{2} q_{\parallel} b_x \} + 3\alpha(c_F^2 - 1) k_{\perp}^2 s_{\perp} - \quad (4.24)$$

$$-3j_s\{[\alpha(c_F^2 - 1) - 1]k_\perp^2 - (2c_F^2 - 1)k_x^2\}v_x,$$

სადაც $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ უგანზომილო ტალღური ვექტორია:

$$\mathbf{k} \equiv \mathbf{K}/K_\perp, \quad K_\perp = (K_y^2 + K_z^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.25)$$

(4.24) განტოლებაში $s_\perp = \alpha s_\parallel$ ჩასმით ვღებულობთ:

$$w(\mathbf{k}) = \{[\alpha(3\alpha + 1)(c_F^2 - 1) - 1]k_\perp^2 - c_F^2 k_x^2\}s_\parallel + \frac{3}{2}q_\parallel\{[\alpha(c_F^2 - 1) - 1]k_\perp^2 - c_F^2 k_x^2\}b_x - \quad (4.26)$$

$$-3j_s\{[\alpha(c_F^2 - 1) - 1]k_\perp^2 - (2c_F^2 - 1)k_x^2\}v_x.$$

სიმოკლისათვის, $w(\mathbf{k})$ წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$w(\mathbf{k}) = w_s(\mathbf{k})s_\parallel + w_b(\mathbf{k})b_x + w_v(\mathbf{k})v_x, \quad (4.27)$$

სადაც

$$w_s(\mathbf{k}) \equiv \{[\alpha(3\alpha + 1)(c_F^2 - 1) - 1]k_\perp^2 - c_F^2 k_x^2\} \quad (4.28)$$

არის ინვარიანტის ე.წ. სითბური ნაწილი,

$$w_b(\mathbf{k}) \equiv \frac{3}{2}q_\parallel\{[\alpha(c_F^2 - 1) - 1]k_\perp^2 - c_F^2 k_x^2\} \quad (4.29)$$

მაგნიტური ნაწილია, ხოლო

$$w_v(\mathbf{k}) \equiv -3j_s\{[\alpha(c_F^2 - 1) - 1]k_\perp^2 - (2c_F^2 - 1)k_x^2\} \quad (4.30)$$

კინეტიკური ნაწილია.

აღვნიშნოთ, რომ $j_s = 0$ შემთხვევაში (CGL ზღვარში) ინვარიანტს კინეტიკური ნაწილი არა აქვს. აქ უპრიანიანი ყურადღება გავამახვილოთ იმაზე, რომ ამავდროულად $q_\parallel \neq 0$ (შესაბამისად ინვარიანტის ე.წ. მაგნიტური ნაწილი არ უდრის ნულს).

იმ შემთხვევაში, როცა $j_s \neq 0$, ანუ როცა $j_s = 1$ -ს, (4.26) განტოლებიდან შესაძლებელია დინების გასწვრივი v_x სიჩქარისთვის შემდეგი გამოსახულების მიღება:

$$v_x(\mathbf{k}, \tau) = \widetilde{w(\mathbf{k})} + M(\mathbf{k})b_x(\mathbf{k}, \tau) + T(\mathbf{k})s_\parallel(\mathbf{k}, \tau). \quad (4.31)$$

სადაც შემოვიღეთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$M(\mathbf{k}) \equiv \frac{w_b(\mathbf{k})}{w_v(\mathbf{k})},$$

$$T(\mathbf{k}) \equiv -\frac{w_s(\mathbf{k})}{w_v(\mathbf{k})},$$

და $\widetilde{w(\mathbf{k})}$, რაც წარმოადგენს ნორმირებულ ინვარიანტს:

$$\widetilde{w(\mathbf{k})} = \frac{w(\mathbf{k})}{w_v(\mathbf{k})}.$$

ტოლობიდან $\widetilde{w(\mathbf{k})} = 0$ ვიღებთ შემდეგ ნეიტრალური მდგრადობის პირობას:

$$k_{\perp} = a_{st} k_x, \quad (4.32)$$

სადაც

$$a_{st} \equiv \left\{ \frac{2c_F^2 - 1}{\alpha(c_F^2 - 1) - 1} \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

ინვარიანტის დროითი წარმოებულების ნულთან ტოლობის პირობის გამოყენებით, შესაძლებელია გასწვრივი სიჩქარის დროში ცვლილების განტოლების მიღება:

$$\frac{dv_x(\tau)}{d\tau} = M(\mathbf{k}) \frac{db_x(\tau)}{d\tau} + T(\mathbf{k}) \frac{ds_{\parallel}(\tau)}{d\tau}. \quad (4.33)$$

იმისთვის, რომ შევისწავლოთ ასტროფიზიკური ქარის აჩქარების ($dv_x(\tau)/d\tau > 0$) უბნები ტალღური რიცხვის (k) თვალსაზრისით, ვიხილავთ ორ ზღვრულ შემთხვევას:

1) მაგნიტურად დომინირებული ქარი:

$$\frac{dv_x(\tau)}{d\tau} = M(\mathbf{k}) \frac{db_x(\tau)}{d\tau} \quad (4.34)$$

2) სითბურად დომინირებული ქარი:

$$\frac{dv_x(\tau)}{d\tau} = T(\mathbf{k}) \frac{ds_{\parallel}(\tau)}{d\tau} \quad (4.35)$$

როცა მაგნიტური ველი სუსტდება ($db_x(\tau)/d\tau < 0$), გაფართოებადი ქარი (რაც ნიშნავს ქარის აჩქარებელობას - $dv_x(\tau)/d\tau > 0$) მიიღება მხოლოდ იმ შემთხვევაში - მხოლოდ იმ ტალღური რიცხვებისთვის, რომელთათვისაც:

$$M(\mathbf{k}) < 0. \quad (4.36)$$

მსგავსად ამისა, სითბურად დომინირებულ ქარის შემთხვევაში, გადინების სიჩქარე შეიძლება გაიზარდოს იმ ტალღური რიცხვებისთვის, რომელთათვისაც:

$$T(\mathbf{k}) < 0. \quad (4.37)$$

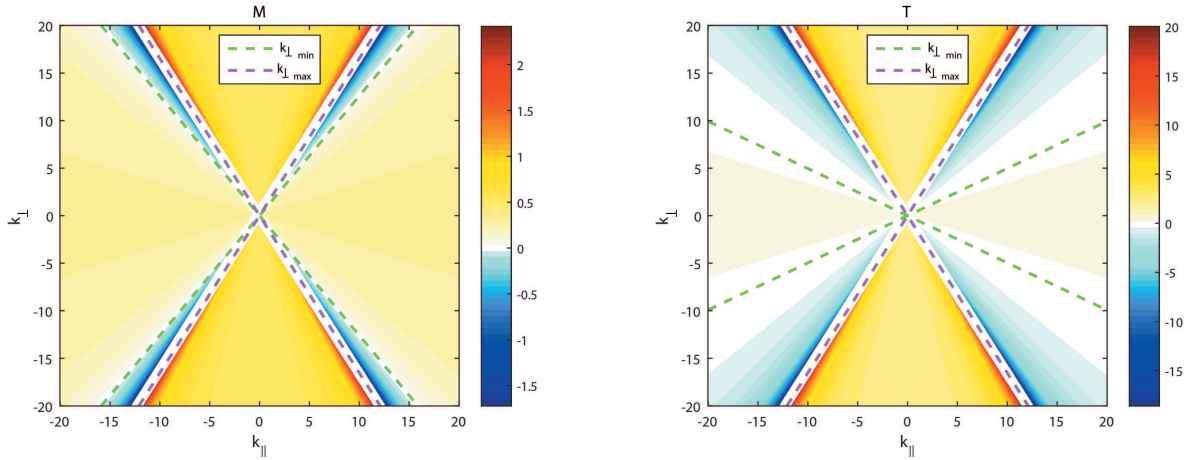
(4.36) უტოლობაში (4.29) და (4.30) გამოსახულებების ჩასმისას, ვღებულობთ უბანს k_{\perp} -სთვის:

$$\frac{c_F^2}{\alpha(c_F^2 - 1) - 1} k_x^2 < k_{\perp}^2 < a_{st}^2 k_x^2, \quad (4.38)$$

ხოლო (4.37) უტოლობაში (4.28) და (4.30) გამოსახულებების ჩასმა გვაძლევს k -ს უბანს:

$$\frac{c_F^2}{\alpha(3\alpha + 1)(c_F^2 - 1) - 1} k_x^2 < k_\perp^2 < a_{st}^2 k_x^2. \quad (4.39)$$

4.1, 4.2 და 4.3 გრაფიკებზე ნახვენებია k_\perp -ის და k_x -ის უბნები, სადაც $M(k) < 0, T(k) < 0$ და $M(k) > 0, T(k) > 0$.



სურათი 4.1: მარცხნივ - $M(k_x, k_\perp)$, მარჯვნივ - $T(k_x, k_\perp)$. $c_F^2 = 3.5893$, $\lg(\alpha) = 0.1$, $\lg(\beta_\parallel) = 1$. მარცხენა გრაფიკზე აღებულია სითბური ნაკედების პარამეტრის შემდეგი მნიშვნელობა: $q_\parallel = 1$. ზედაპირებზე, მწვანე ტეხილი ხაზებით აღნიშნულია k_\perp -ის ისეთი მნიშვნელობები, რომლებისთვისაც $M(k) = 0$ და $T(k) = 0$, ხოლო ვარდისფერი ტეხილი ხაზებით - $w(\mathbf{k}) = 0$ - ნეიტრალური მდგრადობის პირობა.

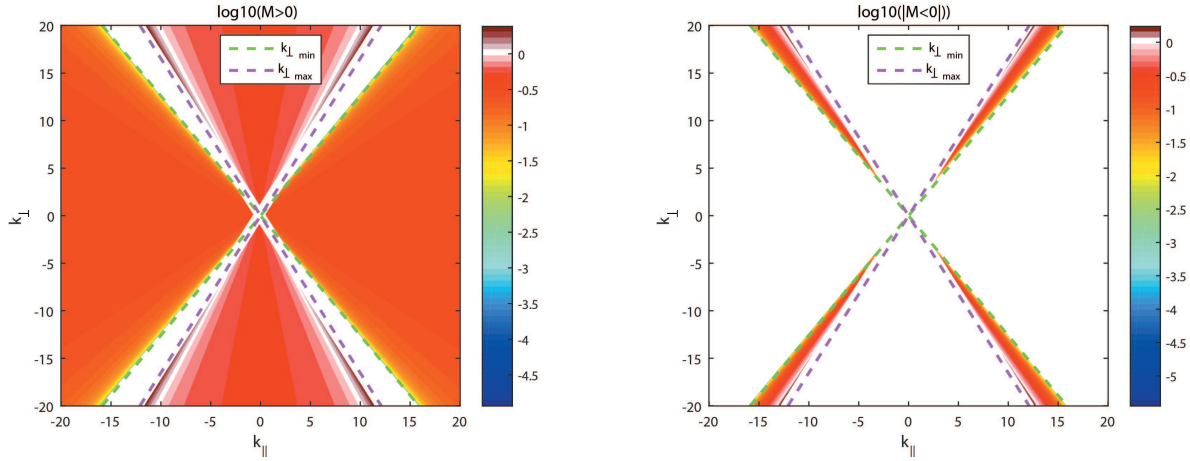
მივიღეთ რა k -ს უბნები ქარის აჩქარებისთვის, უპრიანია გადავიდეთ ქარის აჩქარების შლანგურ სიჩქარეზე - c_F , პლაზმურ β_\parallel -ზე და ანიზოტროპიის პარამეტრზე α დამოკიდებულების შესწავლაზე. იმისათვის, რომ ეს დამოკიდებულება გავხადოთ უფრო თვალსაჩინო, ვიხილათ ტალღური რიცხვების ზღვრულ მნიშვნელობებს: პარალელურ ($k_\perp = 0$) და პერპენდიკულარულ ($k_x = 0$) შემოფოთებებს ქარის თითოეული ტიპისთვის. შესაბამისად, $M(k)$ -ს და $T(k)$ -ს განმარტებებიდან გამომდინარე, გვექნება:

$$M(k_\perp = 0) = \frac{q_\parallel c_F^2}{2(2c_F^2 - 1)}, \quad (4.40)$$

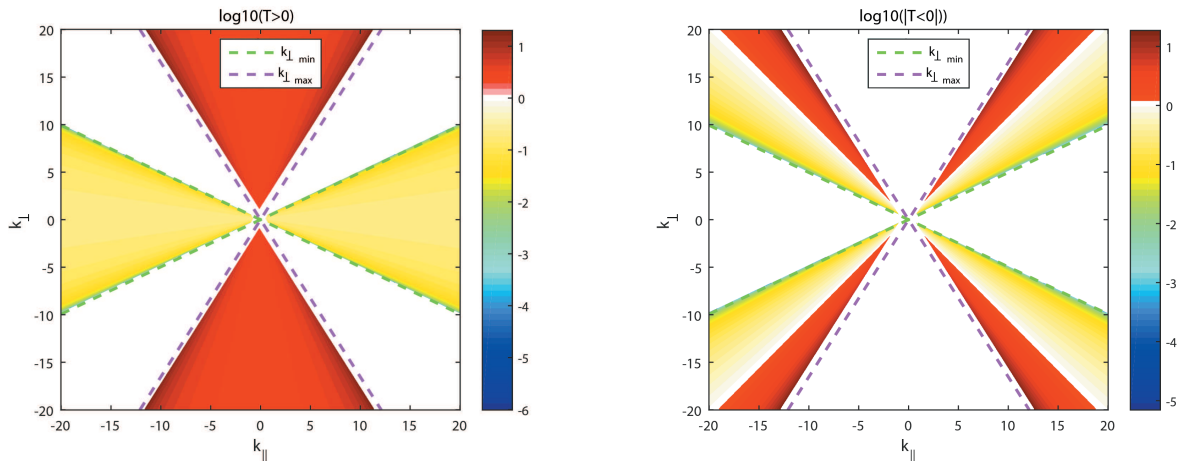
$$M(k_x = 0) = \frac{q_\parallel}{2}, \quad (4.41)$$

$$T(k_\perp = 0) = \frac{c_F^2}{3(2c_F^2 - 1)}, \quad (4.42)$$

$$T(k_x = 0) = \frac{\alpha(3\alpha + 1)(c_F^2 - 1) - 1}{3[\alpha(c_F^2 - 1) - 1]}. \quad (4.43)$$



სურათი 4.2: მარცხნივ - $\log_{10}(M(k_x, k_\perp) > 0)$, მარჯვნივ - $\log_{10}(|M(k_x, k_\perp) < 0|)$. $q_{\parallel} = 1$, $c_F^2 = 3.5893$, $\lg(\alpha) = 0.1$, $\lg(\beta_{\parallel}) = 1$. ზედაპირებზე, მწვანე ტეხილი ხაზებით აღნიშნულია k_\perp -ის ისეთი მნიშვნელობები, რომლებსთვისაც $M(k) = 0$, ხოლო ვარდისფერი ტეხილი ხაზებით - $\widetilde{w}(\mathbf{k}) = 0$ - ნეიტრალური მდგრადობის პირობა



სურათი 4.3: მარცხნივ - $\log_{10}(T(k_x, k_\perp) > 0)$, მარჯვნივ - $\log_{10}(|T(k_x, k_\perp) < 0|)$. $c_F^2 = 3.5893$, $\lg(\alpha) = 0.1$, $\lg(\beta_{\parallel}) = 1$. ზედაპირებზე, მწვანე ტეხილი ხაზებით აღნიშნულია k_\perp -ის ისეთი მნიშვნელობები, რომლებსთვისაც $T(k) = 0$, ხოლო ვარდისფერი ტეხილი ხაზებით - $\widetilde{w}(\mathbf{k}) = 0$ - ნეიტრალური მდგრადობის პირობა

აქედან გამომდინარე, მაგნიტურად დომინირებული ქარის შემთხვევაში, პარალელური შემფოთებებისთვის ($k_\perp = 0$), აჩქარების პირობა ($M < 0$) გვაძლევს:

$$c_F^2 < 1/2; \quad (4.44)$$

ხოლო პერპენდიკულარული შემფოთებებისას ($k_x = 0$), ქარის აჩქარებას არ ექნება ადგილი, რადგან ამ შემთხვევაში $M \geq 0$.

სითბურად დომინირებული ქარის განხილვისას კი, პარალელური შემფოთებისთვის ($k_\perp =$

0) აჩქარების პირობა ($T < 0$) გვაძლევს:

$$c_F^2 < 1/2; \quad (4.45)$$

ზოლო პერპენდიკულარული შემფოთებების შემთხვევის განხილვისას ($k_x = 0$), მეტი თვალსაჩინოებისთვის, უპრიანია (4.43) გადაიწეროს შემდეგნაირად:

$$T = \frac{1}{3} + \frac{\alpha^2 \beta_{\parallel} (1 - \alpha)}{\alpha \beta_{\parallel} (1 - \alpha) + 1}. \quad (4.46)$$

ეს გამოსახულება კი, ქარის აჩქარების პირობის ($T < 0$) გათვალისწინებით, გვაძლევს ასეთ შედეგს:

$$(1 - \alpha)/(\alpha \beta_{\parallel} (1 - \alpha) + 1) < 0, \quad |\alpha^2 \beta_{\parallel} (1 - \alpha)/(\alpha \beta_{\parallel} (1 - \alpha) + 1)| > 1/3. \quad (4.47)$$

როგორც ჩანს, აპერიოდული მოდის შემფოთებები შეიძლება აჩქარდეს მხოლოდ ანიზოტროპულ გარემოში ($\alpha \neq 1$). ამის გათვალისწინებით, (4.47) პირობიდან, პარალელური პლაზმური β_{\parallel} -სთვის და α -ანიზოტროპიის პარამეტრებისთვის ვლტებულობით შეზღუდვებს, რაც გვაძლევს პირობებს აჩქარებისთვის:

$$\alpha > 1, \quad \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)(3\alpha + 1)} < \beta_{\parallel} < \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)}. \quad (4.48)$$

სურათ 4.4-ზე წარმოდგენილია დიაგრამა, რომელიც გვიჩვენებს (4.40), (4.42) და (4.46) განტოლებებში მოცემულ აპერიოდული შემფოთებების აჩქარების პირობებს. როგორც (4.41) განტოლებიდანაც ჩანს, მაგნიტურად დომინირებული ქარის განივი შემფოთებების აჩქარებას არა აქვს ადგილი.

იმისთვის, რომ შევისწავლოთ სპექტრული ინვარიანტის სიდიდე (w), შემოგვაქვს შემფოთების ტალღური რიცხვის, ფონური მაგნიტური ველისგან გადახრის კუთხე:

$$\cos(\theta) \equiv \frac{k_x}{k} \quad (4.49)$$

და ვიხილავთ $w(\theta)$ სპექტრული ინვარიანტის სიდიდის დამოკიდებულებას, ამ θ კუთხეზე, რისთვისაც (4.28)-(4.30) განტოლებებში, k_{\perp} -დან გადავიღებთ k -ზე ($k_{\perp}^2 = k^2 - k_x^2$):

$$w_s(k, \theta) = k^2 \{ [(\alpha \beta_{\parallel} (\alpha - 1)(3\alpha + 1) - 1) \sin^2 \theta - (\beta_{\parallel} (\alpha - 1) + 1) \cos^2 \theta] \} \quad (4.50)$$

$$w_b(k, \theta) = k^2 \left\{ \frac{3}{2} q_{\parallel} [(\alpha \beta_{\parallel} (\alpha - 1) - 1) \sin^2 \theta - (\beta_{\parallel} (\alpha - 1) + 1) \cos^2 \theta] \right\} \quad (4.51)$$

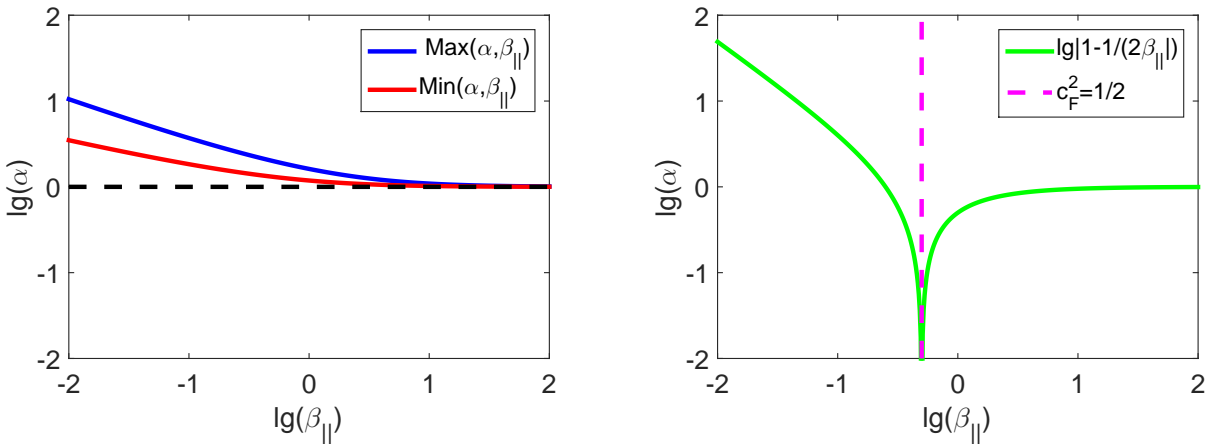
$$w_v(k, \theta) = -3k^2 \{ [(\alpha \beta_{\parallel} (\alpha - 1) - 1) \sin^2 \theta - (2\beta_{\parallel} (\alpha - 1) + 1) \cos^2 \theta] \}. \quad (4.52)$$

იზოტროპულ გარემოში ($\alpha = 1$) ინვარიანტი არ არის დამოკიდებული ტალღური ვექტორის მიმართულებაზე:

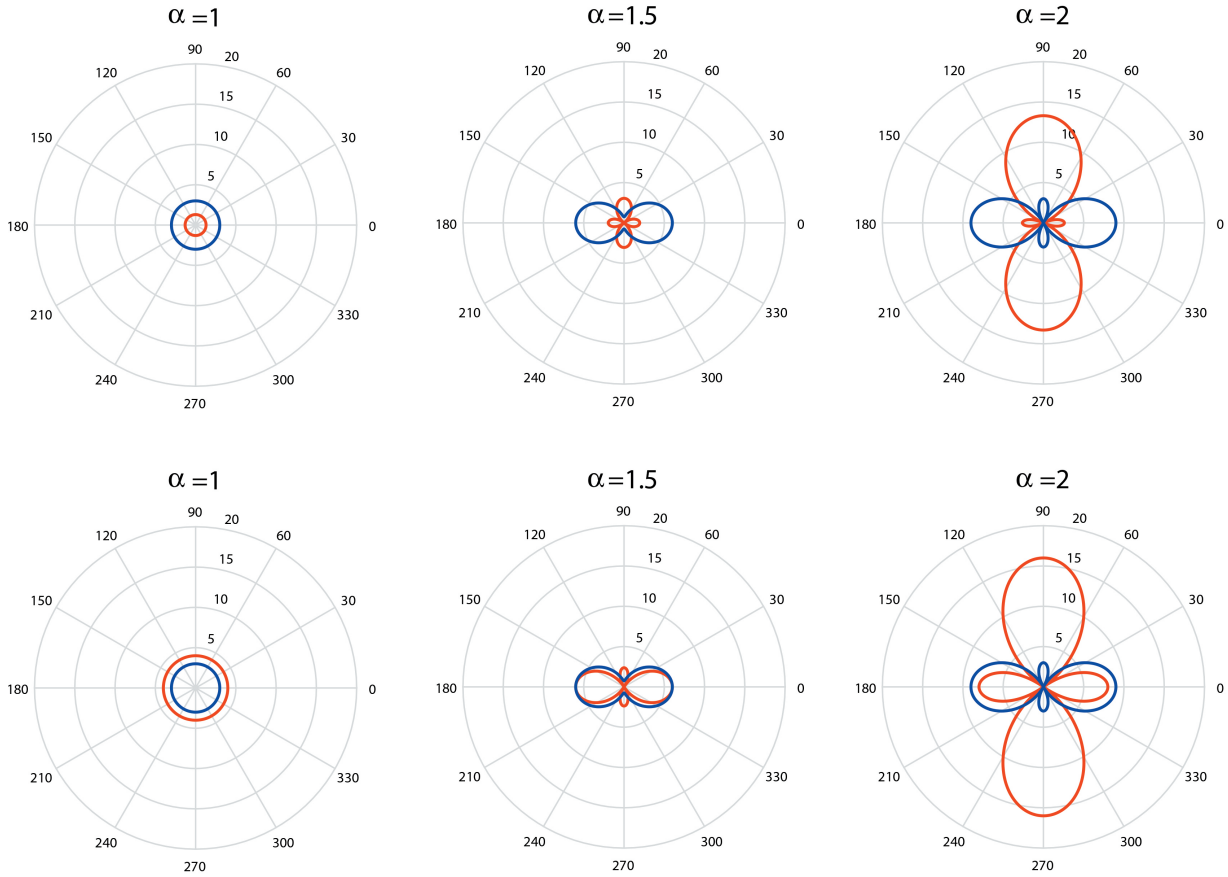
$$w_s(k) = -k^2, \quad (4.53)$$

$$w_b(k) = -\frac{3}{2} q_{\parallel} k^2, \quad (4.54)$$

$$w_v(k) = 3k^2. \quad (4.55)$$

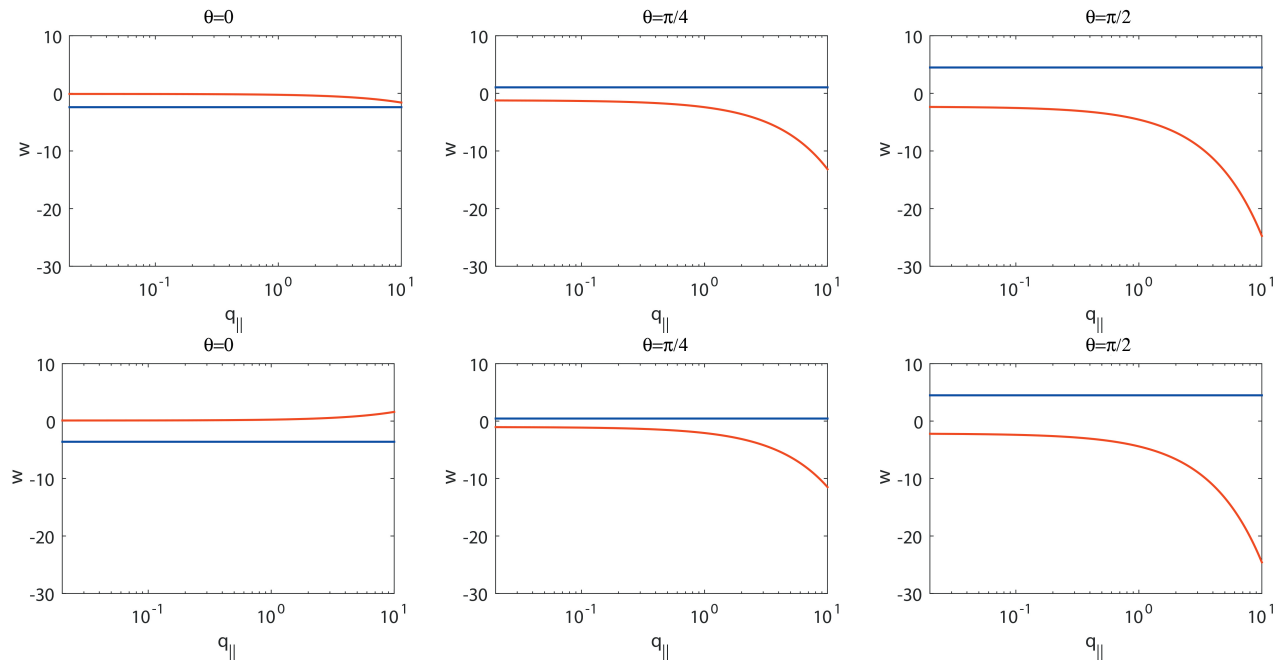


სურათი 4.4: მარცხენივ გვაქვს ანიზოტროპული ქარის აჩქარების პირობები განივი შეშფოთებებისათვის ($k_x = 0$). სითბურად დომინირებული შემთხვევა ($T(k) < 0$) შეესაბამება არეს ლურჯ ($\text{Max}(\alpha, \beta_{\parallel}) = \lg(1/(\alpha(\alpha - 1)))$) და წითელ ($\text{Min}(\alpha, \beta_{\parallel}) = \lg(1/(\alpha(\alpha - 1)(3\alpha + 1)))$) გრაფიკებს შორის, ხოლო $T(k) > 0$ შემთხვევა - ამ გრაფიკების გარე უბანს. მარჯვნივ გვაქვს ანიზოტროპული ქარის აჩქარების პირობები გასწორივი შეშფოთებებისათვის ($k_{\perp} = 0$). მაგნიტურად და სითბურად დომინირებულ აჩქარებების შემთხვევებს ($T(k) < 0$ და $M(k) < 0$) შეესაბამება არე ტეხილ ვარდისფერ და მარჯვენა მწვანე ხაზს შორის, ხოლო $T(k) > 0$ და $M(k) > 0$ შემთხვევებს შეესაბამება არე ტეხილ ვარდისფერ და მარცხენა მწვანე ხაზს შორის. მაგნიტურად დომინირებულ შემთხვევისთვის სითბური ნაკადების პარამეტრი $q_{\parallel} = 1$.



სურათი 4.5: $w(\theta)$ სპექტრული ინვარიანტის სიდიდის დამოკიდებულება ტალღური რიცხვის (მაგნიტური ველისგან) გადახრის θ კუთხეზე. წითელი ფერით აღნიშნულია ინვარიანტის სიდიდე მაგნიტურად დომინირებად შემთხვევაში, ხოლო ლურჯი ფერით - კინემატიკურად დომინირებად შემთხვევაში. მოცემულია სითბური ნაკადის პარამეტრის ორი მნიშვნელობა: $q_{||} = 0.2$ (ზედა სტრიქონი) და $q_{||} = 2$ (ქვედა სტრიქონი).

(4.51) და (4.52) განტოლებებით გამოსახული სპექტრული ინვარიანტის სიდიდის დამოკიდებულება ტალღური რიცხვის მაგნიტური ველისგან გადახრის θ კუთხეზე სხვადასხვა α ანიზოტროპიის პარამეტრის შემთხვევაში, წარმოდგენილია 4.5 სურათზე. ნახაზები გვიჩვენებს, რომ ინვარიანტის სიდიდე უფრო დიდია მაგნიტურად დომინირებულ შემთხვევაში. განივი შეშფოთებებისათვის ($\theta \approx \pi/2$), ინვარიანტის მაგნიტური ნაწილი მაქსიმუმს აღწევს მაღალი ანიზოტროპიის პარამეტრებისთვის ($\alpha > 1$).



სურათი 4.6: სპექტრული ინვარიანტის $w(q_{\parallel})$ სიდიდის დამოკიდებულება სითბური ნაკადის პარამეტრზე q_{\parallel} . წითელი ფერით აღნიშნულია ინვარიანტის სიდიდე მაგნიტურად დომინირებად შემთხვევაში, ხოლო ლურჯი ფერით - კინემატიკურად დომინირებად შემთხვევაში. ნაჩვენებია c_F^2 -ის ორი მნიშვნელობა: $c_F^2 = 0.1$ (ზედა სტრიქონი) და $c_F^2 = -0.1$ (ქვედა სტრიქონი).

4.6 სურათზე კი ნაჩვენებია $w(q_{\parallel})$ სპექტრული ინვარიანტის დამოკიდებულება სითბური ნაკადის q_{\parallel} პარამეტრზე, მაგნიტური ველისგან გადახრის θ კუთხის სხვადასხვა მნიშვნელობის დროს. ამ სურათზე, სითბურად დომინირებული შემთხვევა წარმოდგენილი გვაქვს მაგნიტურად დომინირებული შემთხვევის ინვარიანტის სიდიდესთან შედარებისთვის (სითბურად დომინირებული ინვარიანტი q_{\parallel} პარამეტრზე დამოკიდებული არა - იხ. (4.51)). როგორც გრაფიკებიდან ჩანს, მაგნიტურად დომინირებულ შემთხვევაში ინვარიანტის სიდიდის ზრდას სითბური ნაკადის პარამეტრის ზრდასთან ერთად აქვს ადგილი მხოლოდ $\theta = 0$ შემთხვევაში, $c_F^2 = -0.1$ დროს.

4.4 ნეიტრალური მდგრადობა

ამ ქვეთავში, ცალკე ვიხილავთ ე.წ. ნეიტრალური მდგრადობის შემთხვევას - როცა $c_F^2 = 0$. ამ პირობიდან გამომდინარე, პლაზმური ვილებთ შემდეგ დამოკიდებულებას β_{\parallel} პლაზმურ პარამეტრსა და α ანიზოტროპულ პარამეტრს შორის: $\beta_{\parallel} = 1/(1 - \alpha)$.

უპრიანია, ამ შემთხვევაშიც განვიხილოთ ინვარიანტის გადახრის კულხეზე დამოკიდებულება.

ნეიტრალურ მდგრადობის პირობებში, სპექტრული ინვარიანტის კომპონენტები გადაიწერება ასე (იხ. (4.51)-(4.52) გამტოლებები):

$$w_s(k, \theta) = -k^2(3\alpha^2 + \alpha + 1) \sin^2 \theta, \quad (4.56)$$

$$w_b(k, \theta) = -\frac{3}{2}q_{\parallel}k^2(\alpha + 1) \sin^2 \theta, \quad (4.57)$$

$$w_v(k, \theta) = 3k^2 [(\alpha + 1) \sin^2 \theta - \cos^2 \theta]. \quad (4.58)$$

$$(4.59)$$

ამ შემთხვევაში, სპექტრული ინვარიანტის კომპონენტების θ -ზე დამოკიდებულების შესწავლა შესაძლებელია მხოლოდ $\alpha < 1$ -სთვის, ვინაიდან $\alpha \geq 1$ -სთვის β_{\parallel} ხდება არაფიზიკური (უარყოფითი).

4.7 სურათი გვიჩვენებს (4.57) და (4.58) განტოლებებით გამოსახულ ინვარიანტის სიდიდის გადახრის θ კუთხეზე დამოკიდებულებას სხვადასხვა α ანიზოტროპულ პარამეტრის დროს. ნახაზები გვიჩვენებს, რომ ინვარიანტის მნიშვნელობა უფრო დიდია მაგნიტურად დომინირებულ შემთხვევებში. ამავდროულად, ინვარიანტის სიდიდე იზრდება ანიზოტროპიის α პარამეტრის ზრდასთან ერთად. სითბური ნაკადის პარამეტრი უფრო ეფექტურია მაგნიტურად დომინირებულ შემთხვევაში, ხოლო ანიზოტროპიის პარამეტრი კი, თანაბრად ეფექტურია ორივე შემთხვევაში.

ნეიტრალური მდგრადობის პირობიდან ($\beta_{\perp} = \beta_{\parallel} - 1$) და (4.36) განტოლებიდან შეგვიძლია მივიღოთ:

$$M(\mathbf{k}) = \frac{q_{\parallel}(2\beta_{\parallel} - 1)k_{\perp}^2}{2\{(2\beta_{\parallel} - 1)k_{\perp}^2 - \beta_{\parallel}k_x^2\}}, \quad (4.60)$$

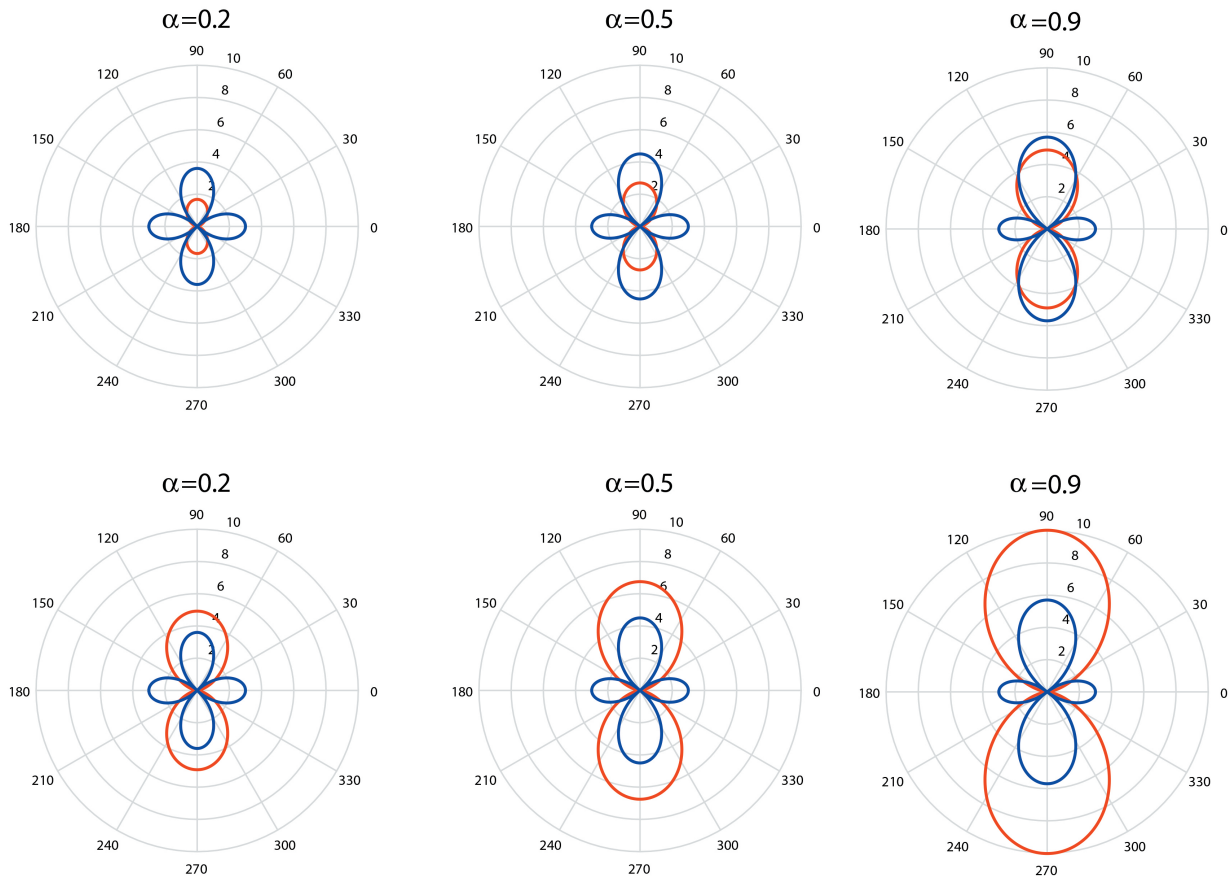
(4.37) განტოლებიდან ნეიტრალური მდგრადობისთვის ვღებულობთ:

$$T(\mathbf{k}) = \frac{[(\beta_{\parallel} - 1)(2 + 3\alpha) + 1]k_{\perp}^2}{3\{(2\beta_{\parallel} - 1)k_{\perp}^2 - \beta_{\parallel}k_x^2\}}. \quad (4.61)$$

როგორც უკვე ვიცით, $c_F^2 = 0$ შემთხვევაში $\beta_{\parallel} = 1/(1 - \alpha)$; აქედან გამომდინარე, (4.60) და (4.61) განტოლებები შეიძლება გადაიწეროს ასე:

$$M(\mathbf{k}) = \frac{q_{\parallel}(1 + \alpha)k_{\perp}^2}{2\{(1 + \alpha)k_{\perp}^2 - k_x^2\}}, \quad (4.62)$$

$$T(\mathbf{k}) = \frac{[\alpha(1 + 3\alpha) + 1]k_{\perp}^2}{3\{(1 + \alpha)k_{\perp}^2 - k_x^2\}}. \quad (4.63)$$



სურათი 4.7: $w(\theta)$ სპექტრული ინვარიანტის სიდიდის დამოკიდებულება ტალღური რიცხვის (მაგნიტური ველისგან) გადახრის θ კუთხეზე, $c_F^2 = 0$ შემთხვევაში. წითელი ფერით აღნიშნულია ინვარიანტის სიდიდე მაგნიტურად დომინირებად შემთხვევაში, ხოლო ლურჯი ფერით - კინემატიკურად დომინირებად შემთხვევაში. მოცემულია სითბური ნაკადის პარამეტრის ორი მნიშვნელობა: $q_{||} = 0.2$ (ზედა სტრიქონი) და $q_{||} = 2$ (ქვედა სტრიქონი).

ქარის აჩქარების პირობები: $M(\mathbf{k}) < 0$ და $T(\mathbf{k}) < 0$ (4.62) და (4.63) განტოლების გამოყენებით, ორივე შემთხვევაში დადის ასეთ გამოსახულებაზე:

$$\frac{k_{\perp}^2}{k_x^2} < \frac{1}{1 + \alpha}. \tag{4.64}$$

აქედან გამომდინარე, ორივე შემთხვევაში, ვლებულობთ ქარის აჩქარების შემდეგ პირობას θ -სთვის:

$$\text{tg}^2\theta < \frac{1}{1 + \alpha}. \tag{4.65}$$

იმისთვის, რომ შევისწავლოთ M -ის და T -ს დამოკიდებულება პლაზმურ $\beta_{||}$ -ზე და ანიზოტროპიის α პარამეტრებზე, ვიხილავთ სამ ზღვრულ შემთხვევას:

$k_x = 0, |k_x/k_\perp| = 1$ და $k_\perp = 0$. (4.62) და (4.63) განტოლებებიდან ვღებლობთ:

1) $k_x = 0$ შემთხვევაში:

$$M = \frac{q_\parallel}{2}, \tag{4.66}$$

$$T = \frac{\alpha(1 + 3\alpha) + 1}{3(1 + \alpha)}. \tag{4.67}$$

2) $|k_x/k_\perp| = 1$ შემთხვევაში:

$$M = \frac{q_\parallel}{2} \frac{1 + \alpha}{\alpha}, \tag{4.68}$$

$$T = \frac{\alpha(1 + 3\alpha) + 1}{3\alpha}. \tag{4.69}$$

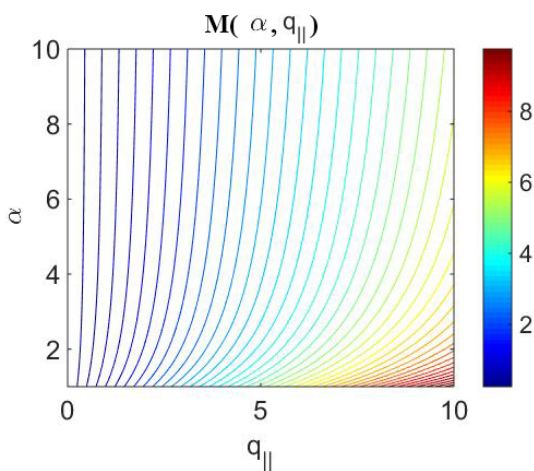
3) $k_\perp = 0$ შემთხვევაში:

$$M = 0, \tag{4.70}$$

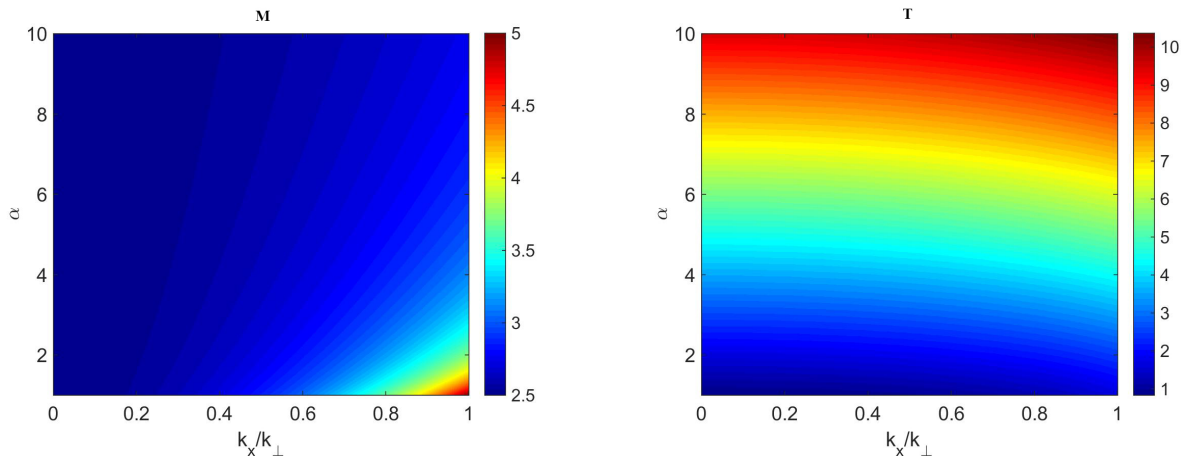
$$T = 0. \tag{4.71}$$

ამ შემთხვევებიდან, M ორ, q_\parallel და α პარამეტრზე დამოკიდებულია მხოლოდ მე-2 შემთხვევაში. შესაბამისად, ეს შედარებით კომპლექსური დამოკიდებულება, გამოსახულია 4.8 სურათზე; თვალსაჩინეობისთვის, ნახაზზე ასევე დატანილია ამ პარამეტრის იზო-საზები. როგორც გრაფიკიდან ჩანს, ქარის აჩქარება თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს, ანიზოტროპიის პარამეტრის დაბალი და სითბური ნაკადების პარამეტრის მაღალი მნიშვნელობების დროს.

4.9 გრაფიკი გვიჩვენებს მაგნიტურად (M) და სითბურად (T) დომინირებულ ქარების აჩქარებების დამოკიდებულებას ანიზოტროპულ α პარამეტრზე და ტალღური რიცხვების ფარდობაზე (k_x/k_\perp). როგორც გრაფიკებიდან ჩანს, M იზრდება k_x/k_\perp -ის გაზრდის დროს და α -ს შემცირებისას; ხოლო T იზრდება როგორც k_x/k_\perp -ის, ასევე α -ს ზრდისას.

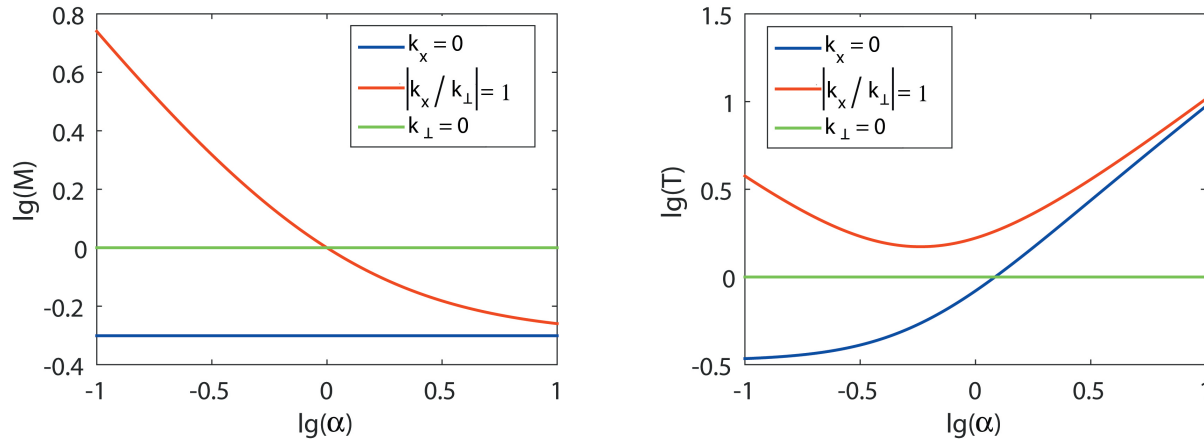


სურათი 4.8: ნახვენებია მაგნიტურად დომინირებული ქარის M აჩქარების დამოკიდებულება სითბური ნაკადების q_\parallel პარამეტრზე და α ანიზოტროპულ პარამეტრზე. როგორც ჩანს, ქარის აჩქარება ყველაზე ძლიერია $\alpha < 1$ და $q_\parallel \gg 1$ შემთხვევაში.



სურათი 4.9: მარჯვნივ - მაგნიტურად დომინირებული ქარის (M) აჩქარების დამოკიდებულება ანიზოტროპულ α პარამეტრზე და ტალღური რიცხვების ფარდობაზე (k_x/k_\perp). აქ, აღებულია სითბური ნაკედების პარამეტრის შემდეგი რეალისტური მნიშვნელობა: $q_\parallel = 1$. მარჯვნივ - სითბურად დომინირებული ქარის (T) აჩქარების დამოკიდებულება ანიზოტროპულ α პარამეტრზე და ტალღური რიცხვების ფარდობაზე (k_x/k_\perp).

როგორც 4.10 სურათიდან ჩანს, განხილული k -ს ზღვრეული შემთხვევებიდან, მაგნიტურად დომინირებული ქარის პირობებში, ანიზოტროპულ პარამეტრზე დამოკიდებულება რჩება მხოლოდ $|k_x/k_\perp| = 1$ შემთხვევაში; ხოლო ქარის აჩქარება უფრო მეტია ანიზოტროპიის პარამეტრის დაბალ მნიშვნელობებზე. სითბურად დომინირებული ქარის შემთხვევაში კი, დამოკიდებულება ანიზოტროპულ პარამეტრზე რჩება $k_x = 0$ და $|k_x/k_\perp| = 1$ შემთხვევებისთვის; ამ შემთხვევაში, ქარის აჩქარება იზრდება ანიზოტროპიის პარამეტრის ზრდასთან ერთად.



სურათი 4.10: სიჩქარის მაგნიტური $M(\alpha)$ (მარცხენა გრაფიკი) და სითბური $T(\alpha)$ (მარჯვენა გრაფიკი) პარამეტრები ლოგარითმულ სკალაზე, ნეიტრალური მდგრადობის შემთხვევაში ($c_F^2 = 0$). მარცხენა გრაფიკზე აღებულია სითბური ნაკადების პარამეტრის შემდეგი მნიშვნელობა: $q_{\parallel} = 1$. ნაჩვენებია სხვადასხვა პოლარიზაციის შემთხვევები: გასწვრივი ($k_{\perp} = 0$), განივი ($k_x = 0$) და $k_x/k_{\perp} = 1$ -ის შესაბამისი კუთხით გავრცელების შემთხვევა. როგორც მარცხენა გრაფიკზე ჩანს, მაგნიტურად დომინირებულ შემთხვევაში, კუთხით გავრცელებული შემთხვევებისათვის, ანიზოტროპული დინების აჩქარება ხდება $\alpha < 1$ არეში; ხოლო, როგორც მარჯვენა გრაფიკიდან ჩანს, სითბურად დომინირებულ შემთხვევაში, განივად და $k_x/k_{\perp} = 1$ -ის შესაბამისი კუთხით გავრცელებადი შემთხვევებისათვის, დინების აჩქარება ხდება $\alpha > 1$ არეში.

4.5 დასკვნა

მიმდინარე თავში, სითბურ ნაკადებიანი უკუმშვადი ანიზოტროპული 16-მომენტიანი მკდ მოდელისთვის ვიპოვეთ სითბური ინვარიანტი და წარმოვადგინეთ მისი სპექტრული ფორმაც. ასევე შევისწავლეთ მაგნიტურად დომინირებული და სითბურად დომინირებული ქარი, ვიპოვეთ მისი აჩქარებისთვის საჭირო პარამეტრული კონფიგურაციები და ავაგეთ შესაბამისი უბნები. განვიხილეთ მაგნიტურად და სითბურად დომინირებული ქარის აჩქარების პირობები პარალელური და პერპენდიკულარული შემთხვევებისთვის. ასევე განვიხილეთ სპექტრული ინვარიანტის სიდიდის დამოკიდებულება ტალღური რიცხვის მაგნიტური ველისგან გადახრის კუთხეზე, ნეიტრალურ მდგრადობის შემთხვევაში. ვაჩვენეთ, რომ ინვარიანტის სიდიდე უფრო დიდია მაგნიტურად დომინირებულ დინებებში. ამავდროულად, ინვარიანტის სიდიდე იზრდება ანიზოტროპიის პარამეტრის ზრდასთან ერთად. სითბური ნაკადის პარამეტრის ზრდა იწვევს ინვარიანტის მცირე ზრდას. ასევე, შევისწავლეთ სპექტრული ინვარიანტის $w(q_{\parallel})$ სიდიდის დამოკიდებულება სითბური ნაკადის პარამეტრზე - q_{\parallel} , $c_F^2 = 0.1$ და $c_F^2 = -0.1$ შემთხვევებში.

თავი 5

დასკვნა

სადისერტაციო ნაშრომში შესწავლილია გაუხშობილი სუსტად დაჯახებადი დამაგნიტებელი დინებების მდგრადობის თვისებები სითბური ნაკადებისა და არაერთგვაროვანი სიჩქარის დინების პირობებში. ამისათვის გამოყენებულია ანიზოტროპული მჰდ მიახლოება, რომელიც საშუალებას იძლევა გაუხშობილ დამაგნიტებელ დინებებში შევისწავლოთ დაბალ-სიხშიროვანი სითბური ეფექტები. გამოყენებულია სხვადასხვა ფიზიკური მიახლოებები, რომელთა ფარგლებშიც შესწავლილია როგორ აპერიოდული, ასევე პერიოდული ტალღების თვისებები და დინების წრფივი მდგრადობის პირობები.

მე-2 თავში განვიხილეთ 16-მომენტიანი მჰდ განტოლებათა სისტემა სითბური ნაკადებით, ძლიერი მაგნიტური ველის შემთხვევაში. მივიღეთ სამი კუმშვადი დაბალ სიხშირული ამონახსნი: სტანდარტული აკუსტიკური მოდა, სწრაფი და ნელი თერმო-აკუსტიკური მოდები. ასეთი მიდგომით დაზუსტდა ფაზური სიჩქარის კლასიკური მნიშვნელობა - $3C_s^2$, რაც კლასიკურ შემთხვევაში მიიღებოდა CGL მიახლოებაში. ვიპოვეთ სითბური ნაკადების ახალი ტიპის არამდგრადობა ძლიერ დამაგნიტებელ ანიზოტროპულ გარემოში. შევისწავლეთ თერმო-ბგერითი ტალღების სიჩქარის წანაცვლების ზემდგრადობა. ვაჩვენეთ, რომ სითბური ნაკადების არამდგრადობა აღემატება წანაცვლების დინების არამდგრადობას ზე-კრიტიკული γ -ს შემთხვევაში.

მე-3 თავში განვიხილეთ უკუმშვადი, ანიზოტროპული 16-მომენტიანი მჰდ მოდელი. შევისწავლეთ შლანგური არამდგრადობა ერთგვაროვან და არაერთგვაროვან ანიზოტროპულ დინებებში. მივიღეთ ამოცანის წრფივი სპექტრი ერთგვაროვან შემთხვევაში, რომელიც მოიცავს სამ ამონახსნს: აპერიოდული მოდას, კლასიკური გასწვრივი შლანგური მოდას და თერმო-მაგნიტური მოდებს. ვაჩვენეთ დინების არაერთგვაროვნების ($R \neq 0$) ზეგავლენა დისპერსიულ თანაფარდობაზე. შევისწავლეთ შლანგური არამდგრადობის ექსპონენციალური ზრდის სპექტრული ასიმეტრია. ვაჩვენეთ, რომ ჯეტის ტიპის დინების რადიალური მიმართულებით წანაცვლება ახდენს შლანგური არამდგრადობის სტაბილიზაციას.

მე-4 თავში უკუმშვად შემთხვევაში ვიპოვეთ სითბური ინვარიანტი და მისი სპექტრული ფორმაც 16-მომენტიანი ანიზოტროპული მჰდ მოდელისთვის, სითბური ნაკადების ჩართულობით. შევისწავლეთ მაგნიტურად დომინირებული და სითბურად დომინირებული ქარი, ვიპოვეთ შესაბამისი პირობები და უბნები ქარის აჩქარებისთვის. განვიხილეთ სპექტრული ინვარიანტის სიდიდის დამოკიდებულება ტალღური რიცხვის (მაგნიტური ველისგან) გადახრის კუთხეზე ნეიტრალურ მდგრადობის შემთხვევაში. ვაჩვენეთ, რომ ინვარიანტის სიდიდე

უფრო დიდია მაგნიტურად დომინირებულ დინებებში. ამავდროულად, ინვარიანტის სიდიდე იზრდება ანიზოტროპიის პარამეტრის ზრდასთან ერთად. სითბური ნაკადის პარამეტრის ზრდა იწვევს ინვარიანტის შედარებით მცირე ზრდას.

ნაშრომში განხილულია წრფივი შემოფოტებათა ანალიზის ფარგლებში მიღებული შედეგების შესაძლო გამოვლინებები მზისა და ვარსკვლავების ქარების დაკვირვებებში. მიღებული შედეგები შეიძლება გამოყენებულ იქნას ძლიერ გაუხშობულ პლაზმის შემთხვევაში, რომელიც დაიკვირვება გალაქტიკების კლასტერს გარე გარემოში ან გალაქტიკურ ქარებში. ითვლება, რომ გალაქტიკური ქარები არიან დიდმასშტაბოვანი მაგნიტური ველის გადატანის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი წყარო. ასეთ შემთხვევებში, ანიზოტროპული სითბური ეფექტებით გამოწვეული ლოკალური წრფივი ექსპონენციალური არამდგრადობა იწვევს დინებაში მაგნიტური ბუმტების წარმოქმნას, ზრდას და მიმართული დინების ენერჯის გაბნევას და დინების გაფანტვას.

ამ ტიპის არამდგრადობები ასევე გამოიწვევენ იმ მაგნიტური ველის ამპლიტუდის შეზღუდვას, რომელიც გადააქვს გაუხშობულ იონიზირებულ ქარს.

5.1 ძირითადი შედეგები

თავი 2:

- ნაპოვნია თერმო-აკუსტიკური მოდა: სითბური ნაკადებით მოდიფიცირებული მეოთხე რიგის ანიზოტროპული კუმშვადი მოდა.
- ნაპოვნია თერმო-აკუსტიკური მოდის ტალღური არამდგრადობა, რომელიც შეიძლება განვითარდეს სიჩქარის წანაცვლების ზრდასთან ერთად.
- ნაპოვნია ანიზოტროპული სითბური არამდგრადობა, რომელიც ვითარდება ზე-კრიტიკული სითბური ნაკადების პარამეტრის არსებობის შემთხვევაში.

თერმო აკუსტიკური მოდა, ტალღური არამდგრადობა და ანიზოტროპული სითბური არამდგრადობის თვისებები გამოქვეყნებულია ნაშრომში Uchava, et al. 2014.

თავი 3:

- ანალიზურად მიღებულია სითბური მოდებისა და შლანგური არამდგრადობის დისპერსია, და ამ მოდების ბმის ხასიათი არაერთგვაროვან დინებებში;
- ნაჩვენებია, რომ უკუმშვად ანიზოტროპულ დინებაში გასწვრივი შლანგური არამდგრადობა იძენს განივ კომპონენტებს, რომელზეც მოქმედებს სიჩქარის არაერთგვაროვნება;
- შლანგური არამდგრადობის განვითარებისას ნაჩვენებია შემოფოტებათა ზრდის ასიმეტრია, რომელსაც იწვევს სითბური ნაკადების პარამეტრის ზრდა.

შლანგური არამდგრადობის თვისებები ანიზოტროპულ გარემოში და მასზე სიჩქარის წანაცვლების ეფექტები გამოქვეყნებულია ნაშრომში Uchava, et al. 2020.

თავი 4:

- ნაპოვნია აპერიოდული წრფივი ინვარიანტი, რომელიც სითბური ნაკადებისა და სიჩქარის წანაცვლების პირობებში იძენს კინემატიკურ თვისებებს;
- ნაჩვენებია, რომ დამატებითი მოდა, რომელიც იძენს კინემატიკურ თვისებებს შეიძლება ენერგეტიკულად ჩაერთოდ მოდების წრფივი ტრანსოფორმაციის პროცესში.
- ნაჩვენებია წანაცვლებითი (გამომავალი) დინების აჩქარების ან შენელების შესაძლებლობა, თუკი საწყის შემფოთებებს გააჩნიათ არანულოვანი სითბური ინვარიანტი.

აპერიოდული წრფივი ინვარიანტის არსებობის შესაძლებლობა წანაცვლებით ნაკადებში ნაჩვენებია ნაშრომში Uchava, et al. 2013. სიჩქარის წანაცვლებით გამოწვეული წრფივი მოდების ბმის შესაძლებლობა ანიზოტროპულ ნაკადებში ნაჩვენებია ნაშრომში Chanishvili et al. 2016.

5.2 სადოქტორო ნაშრომის ფარგლებში გამოქვეყნებული შრომები

სადოქტორო ნაშრომში მოცემული შედეგები გამოქვეყნებულია შემდეგ ოთხ პუბლიკაციაში:

1. **E. S. Uchava, A. G. Tevzadze, B. M. Shergelashvili, N. S. Dzhililov, S. Poedts, ``Fire-hose instability of inhomogeneous plasma flows with heat fluxes'', Physics of Plasmas 27 (11), 112901 (2020).**
2. **R. G. Chanishvili, G. D. Chagelishvili, E. S. Uchava, O. Kharshiladze ``Linear coupling of planetary scale waves in ionospheric zonal shear winds: Generation of fast magnetic waves'', Physics of Plasmas 23, 042109 (2016).**
3. **E. S. Uchava, B. M. Shergelashvili, A. G. Tevzadze, S. Poedts, ``Overstability of acoustic waves in strongly magnetized anisotropic magnetohydrodynamic shear flows'' Physics of Plasmas 21 (8), 082902 (2014).**
4. **E. S. Uchava, A. G. Tevzadze, G. D. Chagelishvili, ``Stability and Vorticity Production in Stratified Astrophysical Disks'', Journal of Modern Physics 4 (5), 18-22 (2013).**

ლიტერატურა

- [1] R. Santos-Lima, E. M. de Gouveia Dal Pino, G. Kowal, D. Falceta-Gonçalves, A. Lazarian, M. S. Nakwacki, *Astrophys. J.* **781**, 84 (2014)
- [2] M. S. Nakwacki, E. M. de Gouveia Dal Pino, G. Kowal, R. Santos-Lima, *J. Phys.* **370**, 012043 (2012)
- [3] F. Mogavero and A. A. Schekochihin, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **440**, 3226 (2014)
- [4] A. B. Mikhailovskii, J. G. Lominadze, A. I. Smolyakov, A. P. Churikov, V. D. Pustovitov, N. N. Erokhin, *Phys. Plasmas*, **15**, 062904 (2008).
- [5] A. B. Mikhailovskii, J. G. Lominadze, A. P. Churikov, N. N. Erokhin, N. S. Erokhin, V. S. Tsypin, *JETP* **106**, 371 (2008).
- [6] E. Quataert, W. Dorland, G. Hammett, *Astrophys. J.* **577**, 524, (2002).
- [7] P. Sharma, E. Quataert, G. W. Hammett, J. M. Stone, *Astrophys. J.* **667**, 714 (2007).
- [8] P. Sharma, G. W. Hammett, E. Quataert, *E. Astrophys. J.* **596**, 1121 (2003).
- [9] JV Hollweg *J. Geophys. Res. Space Phys.* **90**, 7620-7622 (1985)
- [10] V. Oraevskii, R. Chodura, W. Feneberg, *Plasma Phys.* **10**, 819 (1968)
- [11] J. J. Ramos, *Phys. Plasmas*, **10**, 3601 (2003)
- [12] N. S. Dzhililov, V. D. Kuznetsov, and J. Staude, *Contrib. Plasma Phys.* **51**, 621 (2010)
- [13] D Stansby, T S Horbury, L Matteini, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **482**, 2, 1706–1714 (2019)
- [14] K. T. Osman, W. H. Matthaeus, B. Hnat, S.C. Chapman, *Phys. Rev. Letters* **108**, 261103 (2012)
- [15] T. S. Horbury, R. T. Wicks, C. H. K. Chen, *Space Sci. Reviews* **172**, 325 (2012)
- [16] I. A. Grigor'ev and V. P. Pastukhov, *Plasma Phys. Rep.* **33**, 690 (2007)
- [17] I. A. Grigor'ev and V. P. Pastukhov, *Plasma Phys. Rep.* **34**, 297 (2008)

- [18] N. S. Dzhililov, V. D. Kuznetsov, and J. Staude, *Astron. Astrophys.* **489**, 769 (2008)
- [19] H. Grad, *Commun. Pure Appl. Math*, **2**, 331(1949)
- [20] V. D. Kuznetsov, N. S. Dzhililov, *Plasma Phys. Rep.* **35**, 962 (2009)
- [21] V. D. Kuznetsov, N. S. Dzhililov, *Plasma Phys. Rep.* **36**, 788 (2010)
- [22] B. V. Somov , N. S. Dzhililov, J. Staude, *Cosmic Research* **46**, 408 (2008)
- [23] N. S. Dzhililov, V. D. Kuznetsov, *Astr.Letters* **37**, 649 (2011)
- [24] G. D. Chagelishvili, A. D. Rogava, D. Tsiklauri, *Phys. Plasmas* **4**, 1182 (1997)
- [25] P. Goldreich and D. Lynden-Bell, *Mon. Not. R. Astron.Soc.* **130**, 125 (1965)
- [26] G. D. Chagelishvili, R. G. Chanishvili, J. G. Lominadze, A. G. Tevzadze, *Phys. Plasmas* **4**, 259 (1997)
- [27] A. G. Tevzadze, *Phys. Plasmas* **5**, 1557 (1998)
- [28] B. M. Shergelashvili and H. Fichtner, *Astrophys. J.* **752**, 142 (2012)
- [29] B. M. Shergelashvili, S. Poedts A. D. Pataraya, *Astrophys. J.* **642**, L73-L76 (2006)
- [30] C. L. Longmire, M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev.* **103**, 507 (1956)
- [31] A. A. Vedenov, R. Z. Sagdeev, *R. Z. Sov. Phys. Dokl.* **3**, 278 (1958)
- [32] S. Chandrasekhar, A. N. Kaufman, K. M. Watson, *Proc. Roy. Soc. Lon. A* **245**, 435 (1958)
- [33] E. N. Parker, *Phys. Rev.* **109**, 1874 (1958)
- [34] A. A. Vedenov, E. P. Velikhov, R. Z. Sagdeev, *Sov. Usp. Fiz. Nauk* **73**, 701 (1961)
- [35] M. Sarfraz, P. H. Yoon, S. Saeed, G. Abbas, and H. A. Shas, *Phys. Plasmas* **24**, 012907 (2017)
- [36] P. Astfalk, and F. Jenko, *J. Geophys. Res. Space Phys.* **121**, 2842 (2016)
- [37] M. S. dos Santos, L. F. Ziebell, and R. Gaelzer, *Phys. Plasmas* **21**, 112102 (2014)
- [38] M. Lazar, S. Poedts, R. Schlickeiser, D. Ibscher *Solar Phys.* **289**, 369 (2014)
- [39] R. Schlickeiser, and T. Skoda, *Astrophys. J.* **716**, 1596 (2010)
- [40] *Astron. Astrophys.* **494**, 311 (2009)
- [41] M. S. Rosin, A. A. Schekochihin, F. Rincon, and S. C. Cowley, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **413**, 7 (2011)

- [42] L.-N. Hau, and B.-J. Wang, *Nonlin. Proc. Geophys.* **14**, 557 (2007)
- [43] B.-J. Wang, and L.-H. Hau, *J. Geophys. Res.* **108**, 1463 (2003)
- [44] C. H. K. Chen, L. Matteini, A. A. Schekochihin, M. L. Stevens, C. S. Salem, B. A. Maruca, M. W. Kunz, and S. D. Bale, *Astrophys. J.* **825**, L26 (2016).
- [45] D. Ibscher, and R. Schlickeiser, *Phys. Plasmas* **21**, 0221 10 (2014)
- [46] L. Matteini, S. Landi, M. Velli, and W. H. Matthaeus, *Astrophys. J.* **763**, 142 (2013)
- [47] R. Schlickeiser, M. J. Michno, D. Ibscher, M. Lazar, and T. Skoda, *Phys. Rev. Letters* **107**, 201102 (2011)
- [48] S. D. Bale, J. C. Kasper, G. G. Howes, E. Quartaert, C. Salem, and D. Sundkvist, *Phys. Rev. Letters* **103**, 211101 (2009)
- [49] A. A. Schekochihin, S. C. Cowley, R. M. Kulsrud, M. S. Rosin and T. Heinemann, *Phys. Rev. Letters* **100**, 081301 (2008)
- [50] J. Seough, P. H. Yoon, and J. Hwang *Phys. Plasmas* **22**, 012303 (2015)
- [51] M. W. Kunz, A. A. Schekochihin, and J. M. Stone, *Phys. Rev. Letters* **112**, 205003 (2014)
- [52] B. M. Shergelashvili, C. Maes, S. Poedts, T. V.Zaqarashvili, *Phys. Rev. E*, **76**, 046404 (2007)
- [53] G. F. Chew, M. L. Goldberg and F. E. Low, *Proc. R. Soc. A* **236**, 2 (1956)
- [54] P. Hunana, and G. P. Zank, *Astrophys. J.* **839**, 13 (2017)
- [55] E. S. Uchava, B. M. Shergelashvili, A. G. Tevzadze, and S. Poedts, *Phys. Plasmas* **21**, 082902 (2014)
- [56] R. F. Ismayilli, N. S. Dzhililov, B. M. Shergelashvili, S. Poedts, M. Sh. Pirgulyev, *Phys. Plasmas* **25**, 062903 (2018).
- [57] R. Vainio, T. Laitinen, H. Fichtner, *A&A*, **407**, 713 (2003)
- [58] B. M. Shergelashvili, H. Fichtner, *ApJ*, **752**, 142 (2012)
- [59] S. R. Bagashvili, B. M. Shergelashvili, D. R. Japaridze, et al., *ApJL*, **855**, L21 (2018)
- [60] Braginskii, S.I. (1965) *Transport Processes in Plasma. Reviews of Plasma Physics*, 1, 205
- [61] E. S. Uchava, A. G. Tevzadze, G. D. Chagelishvili, *Journal of Modern Physics* 4, 18 (2013)

[62] A. G. Tevzadze, Ph.D. Thesis, (2006)

[63] E.S. Uchava, A.G. Tevzadze, B.M. Shergelashvili, N.S. Dzhililov, S. Poedts, Physics of Plasmas 27 (11), 112901, 2020

დანართი A

კუმშვადი ანიზოტროპული გარემოს წრფივი დისპერსია

ანიზოტროპული მკვლ-სთვის წანაცვლებითი დინებებით და სითბური ნაკადებით წრფივი დისპერსიის განტოლება შეიძლება იყოს მიღებული განტოლებებიდან (2.18-2.28) ადიაბატური მიახლოების განტოლება (2.29) გამოყენებით. აქედან გამომდინარე, მე-10 რიგის სისტემა გვაძლევს დისპერსიულ განტოლებას, რომელიც შეიძლება იყოს ფაქტორიზებული შენდევორ განტოლებებში:

$$\omega^2 - (1 + (\alpha - 1)\beta_{\parallel})k_x^2 = 0, \quad (\text{A.1})$$

$$\omega^8 + \sum_{n=0}^6 (\beta_{\parallel}^{1/2} k_x)^{6-n} [a_n \omega^n + i R k_y b_n] = 0, \quad (\text{A.2})$$

$$a_0 = 3j_s (k^2 - (1 - \alpha)\beta_{\parallel}(k_x^2 - 2\alpha k_{\perp}^2)), \quad (\text{A.3})$$

$$a_1 = 4j_s \gamma (((1 - \alpha)\beta_{\parallel} - 1)k_x^2 + (\alpha(2\alpha^2 - 2 + \alpha)\beta_{\parallel} - 1)k_{\perp}^2), \quad (\text{A.4})$$

$$a_2 = ((10\alpha - 18)j_s - 4\alpha^3 \gamma^2)\alpha\beta_{\parallel}k_{\perp}^2 + 3(2 - 3\alpha)j_s\beta_{\parallel} - 9jk^2, \quad (\text{A.5})$$

$$a_3 = 4\gamma((1 + (\alpha - 1 + j_s)\beta_{\parallel})k_x^2 + (1 + \alpha(2 - \alpha^2)\beta_{\parallel}))k_{\perp}^2, \quad (\text{A.6})$$

$$a_4 = (4j_s + 3)k^2 + ((8 - \alpha)j_s + 6 - \alpha)\alpha\beta_{\parallel}k_{\perp}^2 + ((5 + 4\alpha)j_s + 3\alpha - 3)\beta_{\parallel}k_x^2, \quad (\text{A.7})$$

$$a_5 = -4\gamma\beta_{\parallel}k_x^2, \quad (\text{A.8})$$

$$a_6 = -(1 + 6\alpha\beta_{\parallel})k^2 - (4j_s + 2 - \alpha)\beta_{\parallel}k_x^2, \quad (\text{A.9})$$

სადაც $k_{\perp}^2 \equiv k_x^2 + k_y^2$, და

$$b_0 = 3j_s \gamma \alpha \beta_{\parallel}^{1/2}, \quad (\text{A.10})$$

$$b_1 = (8j_s - 6\alpha\gamma^2) \alpha \beta_{\parallel}^{1/2}, \quad (\text{A.11})$$

$$b_2 = ((4 + 6j_s)\alpha + 7)\gamma \alpha \beta_{\parallel}^{1/2}, \quad (\text{A.12})$$

$$b_3 = -(7j_s + 5)\alpha \beta_{\parallel}^{1/2}, \quad (\text{A.13})$$

$$b_4 = 2\gamma \alpha^2 \beta_{\parallel}^{1/2}, \quad (\text{A.14})$$

$$b_5 = 2\alpha \beta_{\parallel}^{1/2}, \quad (\text{A.15})$$

$$b_6 = 0. \quad (\text{A.16})$$

განტოლება (ა1) გვაძლევს კარგად ცნობილ შლანგური მოდის ამოხსნას, ხოლო განტოლების (ა2) ამონახსნები, განსაზღვრავენ ნარჩენ მოდებს, რომლებიც შეცვლილი არიან წანაცვლების სიჩქარის არსებობის ($R \neq 0$).

დანართი B

თერმო-მაგნიტური ამონახსნები უკუმშვად გარემოში

უკუმშვადი ანიზოტროპული დინების წრფივი შემფოთებების სპექტრის დისპერსიული განტოლება ნულოვანი წანაცვლების მიახლოებაში მოიცემა განტოლებებით (3.17-3.19). წევრები, რომლებიც დაკავშირებული არიან სითბურ ნაკადებთან შეიცავენ შესაბამის პარამეტრს j_s . დისპერსიული განტოლების ამონახსნი სითბური ნაკადების გარეშე ნაჩვენებია განტოლებებში (3.24-3.20).

თერმო-მაგნიტური მოდების ამონახსნი სითბური ნაკადების შემთხვევაში გამოითვლება განტოლებით:

$$D_{tm}(\mathbf{k}, \omega) = 0$$

რომლის ამონახსნი აღწერს მეორე რიგის თერმო-მაგნიტური მოდების ორ წყვილ ამონახსნს:

$$\omega_{-1,2} = \frac{1}{2} \left((2x)^{\frac{1}{2}} \pm \left(-2x + 2((1 + \beta_{\perp})k^2) - \frac{2\alpha\gamma_{\perp}\beta_{\perp}^{\frac{3}{2}}k_x k_{\perp}^2 (2x)^{\frac{1}{2}}}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right), \quad (\text{B.1})$$

$$\omega_{+1,2} = \frac{1}{2} \left(-(2x)^{\frac{1}{2}} \pm \left(-2x + 2((1 + \beta_{\perp})k^2) + \frac{2\alpha\gamma_{\perp}\beta_{\perp}^{\frac{3}{2}}k_x k_{\perp}^2 (2x)^{\frac{1}{2}}}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \right), \quad (\text{B.2})$$

სადაც x შემდეგი რეზოლვენტის ერთ-ერთი ფესვი:

$$4x^3 - 4(\beta_{\perp} + 1)k^2 x^2 + ((1 + \beta_{\perp})^2 k^4 - 4\beta_{\parallel} k_x^2 ((1 + \beta_{\perp})k^2 - \beta_{\parallel}(k_x^2 + \alpha^2 k_{\perp}^2)))x - \alpha^2 \gamma_{\perp}^2 \beta_{\perp}^3 k_x^2 k_{\perp}^4 = 0. \quad (\text{B.3})$$

$$x = \left(-\frac{q}{2} + (Q)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - (Q)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(\beta_{\perp} + 1)k^2, \quad (\text{B.4})$$

აქ $Q \equiv \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$ და

$$p \equiv -\frac{1}{12}(1 + \beta_{\perp})^2 k^4 - \beta_{\parallel} k_x^2 ((1 + \beta_{\perp})k^2 - \beta_{\parallel}(k_x^2 + \alpha^2 k_{\perp}^2)),$$

$$q \equiv \frac{1}{108}(1 + \beta_{\perp})^3 k^6 - \frac{1}{3}(1 + \beta_{\perp})^2 \beta_{\parallel} k_x^2 k^4 + \left(\frac{1}{3}(1 + \beta_{\perp})\right) \beta_{\parallel}^2 k_x^2 (k_x^2 + \alpha^2 k_{\perp}^2) k^2 - \frac{1}{4} \alpha^2 \gamma_{\perp}^2 \beta_{\perp}^3 k_x^2 k_{\perp}^4.$$

დანართი C

შლანგური მოდების ამონახსნები წანაცვლებით დინებებში

შლანგური ამონახსნების მოდიფიკაციები არაერთგვაროვან დინებებში შეიძლება იყოს აღწერილი მცირე წანაცვლების საზღვარში ($R < 1$) განტოლებების (3.41-3.43) გამოყენებით. ამ განტოლებებში ჩვენ გვაქვს შეტანილი რიგი აღვნიშნების ამ ნამუშევრის ტექსტში პრეზენტაციის სიმოკლისთვის. წანაცვლების დინების მოდიფიკაცია მდგრად ($c_F^2 > 0$) დინების კონფიგურაციაში რეალურში:

$$\delta_{1\pm} = \frac{k_{\perp}(t)^2}{8c_F k_x A_{\pm} \Delta_{\pm}} \left\{ M_{1\parallel} k_x^2 + \frac{|k_x \Delta_{\pm}|}{k_x \Delta_{\pm}} \sigma_A^2 [2\beta_{\perp} + 1 - 2\Delta_{\pm}]^2 \right\}, \quad (\text{C.1})$$

და წარმოსხვითი ნაწილების ω სიჩქარის:

$$\sigma_{1\pm} = \sigma_A \frac{P_{1\parallel} k_x^2 + P_{1\perp} k_{\perp}(t)^2}{2A_{\pm}}. \quad (\text{C.2})$$

ჩვენ შემოგვაქვს

$$\eta \equiv \alpha |c_F| \beta_{\perp} q_{\perp}. \quad (\text{C.3})$$

და

$$M_{1\parallel} = 8c_F^2 \Delta_{\pm}^2 \left(-1 + \frac{|k_x \Delta_{\pm}|}{k_x \Delta_{\pm}} \right), \quad (\text{C.4})$$

$$P_{1\parallel} = 4[(c_F^2 - 1)(c_F^2 - \beta_{\parallel} + 2) - \beta_{\perp} + 1], \quad (\text{C.5})$$

$$P_{1\perp} = \Delta_{\pm} + \left(1 + \frac{|k_x \Delta_{\pm}|}{k_x \Delta_{\pm}} \right) [\pm\eta - 2c_F^2(1 + \beta_{\perp})]. \quad (\text{C.6})$$

წანაცვლების დინების მოდიფიკაცია არამდგრად დინების კონფიგურაციაში ($c_F^2 < 0$)

$$\delta_{2\pm} = -\sigma_A^2 \alpha \beta_{\perp} q_{\perp} k_{\perp}^2 \frac{(M_{2\parallel} + \eta^2 N_{2\parallel}) k_x^2 + (M_{2\perp} + \eta^2 N_{2\perp}) k_{\perp}^2}{T_2}, \quad (\text{C.7})$$

და წარმოსხვითი ნაწილების ω სიხქარის:

$$\sigma_{2\pm} = \mp \frac{\sigma_A^2 k_{\perp}^2 (P_{2\parallel} + \eta^2 Q_{2\parallel}) k_x^2 + (P_{2\perp} + \eta^2 Q_{2\perp}) k_{\perp}(t)^2}{2|c_F| T_2} \quad (\text{C.8})$$

სადაც

$$T_2 = \left[\eta^2 - (2c_F^2(1 + \beta_{\perp}) - (1 + 2\beta_{\perp}))^2 \right] \times \quad (\text{C.9})$$

$$\left\{ [4c_F^2(c_F^2 - \beta_{\parallel})k_x^2 - ((1 + 2\beta_{\perp}) + 6c_F^2(1 + \beta_{\perp}))k_{\perp}^2]^2 + 9\eta^2 k_{\perp}^4 \right\} .$$

და

$$M_{2\parallel} = 4c_F^2(c_F^2 - \beta_{\parallel})(-2\beta_{\perp}(-2c_F^2 + 1) - 4\beta_{\parallel} + 1) \times \quad (\text{C.10})$$

$$(2\beta_{\perp}(2c_F^2 + 4\beta_{\parallel} - 5) - 4\beta_{\parallel} + 3) ,$$

$$N_{2\parallel} = 16c_F^2 k_x^2 (c_F^2 - \beta_{\parallel}) , \quad (\text{C.11})$$

$$M_{2\perp} = 3[1 + 2(c_F^2 + \beta_{\parallel})(2c_F^2 - 1)]^2 [2(c_F^2 - 1)(c_F^2 + \beta_{\parallel}) + 1] + [6(c_F^2 + \beta_{\parallel}) \times \quad (\text{C.12})$$

$$\times (c_F^2 + 2\beta_{\parallel} - 2) + 1 + 2\beta_{\perp}] [-2\beta_{\perp}(-2c_F^2 + 1) - 4\beta_{\parallel} + 1] \times$$

$$\times [2\beta_{\perp}(2c_F^2 + 4\beta_{\parallel} - 5) - 4\beta_{\parallel} + 3] ,$$

$$N_{2\perp} = 48(c_F^2 + \beta_{\parallel})(\beta_{\parallel} - 1) + 4 + 8\beta_{\perp} , \quad (\text{C.13})$$

$$P_{2\parallel} = 4(c_F^2 - \beta_{\parallel})c_F^2 [1 + 2(c_F^2 + \beta_{\parallel})(2c_F^2 - 1)]^2 [2(c_F^2 - 1)(c_F^2 + \beta_{\parallel}) + 1] , \quad (\text{C.14})$$

$$Q_{2\parallel} = 32c_F^4 (\beta_{\parallel}^2 - c_F^4) , \quad (\text{C.15})$$

$$P_{2\perp} = [6(c_F^2 + \beta_{\parallel})(c_F^2 + 2\beta_{\parallel} - 2) + 1 + 2\beta_{\perp}] \times \quad (\text{C.16})$$

$$[1 + 2(c_F^2 + \beta_{\parallel})(2c_F^2 - 1)]^2 [2(c_F^2 - 1)(c_F^2 + \beta_{\parallel}) + 1] ,$$

$$Q_{2\perp} = 12\eta^2 + 3([2\beta_{\perp}(-2c_F^2 + 1) - 4\beta_{\parallel} + 1][2\beta_{\perp}(2c_F^2 + 4\beta_{\parallel} - 5) - 4\beta_{\parallel} + 3] - \quad (\text{C.17})$$

$$- 8[6(c_F^2 + \beta_{\parallel})(c_F^2 + 2\beta_{\parallel} - 2) + 1 + 2\beta_{\perp}](c_F^2 + \beta_{\parallel})c_F^2 .$$